质心动态路径规划的变转速齿轮箱时频脊线 索引算法

张伯麟1,万书亭1,赵晓艳1,张 雄1,顾晓辉2

(1.华北电力大学河北省电力机械装备健康维护与失效预防重点实验室,河北保定071003;2.石家庄铁道大学省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室,河北石家庄050043)

摘要:针对强噪声下难以估计信号瞬时频率的问题,提出了基于质心动态路径规划(DPPB)的变转速齿轮箱时频脊 线索引算法。该算法在剖析多路径匹配追踪(MMP)脊线索引算法及其在强噪声下失效原因的基础上,通过对 MMP算法得到的脊线集加窗求质心,构建信号的脊线质心稀疏矩阵,并针对质心稀疏矩阵设计动态路径规划函数 索引脊线上的质心点,根据脊线代价函数值计算最优时频脊线。将相似度系数*Ra*和置信度 σ_{Ra}作为脊线提取效果 的衡量指标,通过仿真和试验验证了DPPB算法可有效提取强噪声信号的时频脊线,且不同程度噪声下的可靠性和 鲁棒性均优于峰值索引算法和MMP脊线索引算法。

关键词:故障诊断;齿轮箱;质心动态路径规划(DPPB);时频脊线索引;多路径匹配追踪(MMP);时频分析 中图分类号:TH165⁺.3;TH132.41 文献标志码:A 文章编号:1004-4523(2024)06-1077-12 DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.06.018

引 言

齿轮箱在变转速工况下会产生与转速相关的非 平稳振动信号,使用传统的平稳信号分析方法难以 诊断齿轮箱故障^[1]。瞬时转速不仅是反映齿轮箱运 行状态的重要参数,也是阶次跟踪算法、广义解调分 析等非平稳信号分析方法的必需参量^[24]。所以准 确获得变转速齿轮箱瞬时转速对齿轮箱健康状态监 测和故障诊断具有重要意义。

利用高精度转速测量设备可获得振动信号对应的转速,但是由于实际工作环境的制约,大部分齿轮箱不具备安装转速测量设备的条件。齿轮箱振动信号中的特征频率通常与转速相关,所以通过估计瞬时频率(Instantaneous Frequency,IF)可达到求取瞬时转速的目的^[5]。郭瑜等^[6]针对变转速旋转机械,利用峰值索引算法在振动信号时频分布中获得一阶转速对应的IF时频脊线,实现了无转速计条件下估计振动信号的转频信息。峰值索引算法计算简单但对噪声较为敏感,在实际工程中往往难以得到满足要求的时频曲线。为了提高估计算法对噪声的鲁棒性,latsenko等^[7]以频率平均值和标准差构造自适应代价函数代替时频峰值进行脊线索引,引入跳频惩

罚保证脊线的连续性,一定程度上降低了噪声对脊 线索引的影响。江星星等^[8]提出了一种双向搜索时 频脊融合算法,运用代价函数脊线索引方法从正反 两个方希搜索同一IF分量的时频脊线,通过脊线融 合算法合并最优脊线段从而消除噪声引起的局部误 差。Ding等^[9]则根据轴承振动信号的频率特征,运 用概率密度函数将基频与其对应的倍频进行融合, 从而达到修正时频脊线、提高转速估计精度的目的。 由于受到Heisenberg不确定原理的影响,时频分布 中频率发散、多分量频率信号混叠等现象严重影响 时频脊线的索引结果。张炎等^[10]运用同步压缩小波 变换(Synchrosqueezing Wavelet Transform, SWT) 对轴承振动信号的包络谱进行时频重排,通过提高 时频包络谱的分辨率和聚集性,减小频谱发散对脊 线提取的影响,从而准确提取轴承的特征频率曲线。 上述算法一定程度上提高了时频脊线索引的精度, 但对索引初始点的依赖性很高,若选择错误的索引 初始点便无法提取正确的时频脊线。多路径匹配追 踪(Multipath Matching Pursuit, MMP)^[11]通过建立 基于树的路径搜索模型,运用贪心算法搜寻最优路 径,降低初始搜索点选择对搜索结果的影响。相继 有学者利用同步压缩变换(Synchro-Squeezing Transform, SST)^[12], Multisynchro-squeezing Trans-

收稿日期:2022-08-07;修订日期:2022-11-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52275109,52105098);河北省自然科学基金资助项目(E2022502007, E2021502038);保定市科技计划基础研究专项基金资助项目(2172P010)。

form(MSST)^[13]、同步提取变换(Synchro-Extracting Transform, SET)^[14]、Synchro-Reassigning Transform(SRT)^[15]算法获得变转速齿轮箱振动信号的重 排时频分布,运用 MMP 算法提取到了较为准确的 瞬时频率。然而对于强噪声信号,重排时频分布会 出现大量噪声分量,MMP 算法在干扰下依然难以 识别正确的时频脊线。

目前脊线索引算法均是以时频分布上的离散时 频点作为索引对象,强噪声产生的局部幅值极值会 对脊线索引造成很强的干扰;同时现有算法将局部 最优点的集合作为最终的脊线,所以其结果不一定 满足全局最优。针对现有算法的不足,本文提出一 种质心动态路径规划(Dynamic Path Planning for Barycenter, DPPB)时频脊线索引算法。算法在 MMP算法的基础上构建脊线质心稀疏矩阵,将索 引的对象由时频离散点转换为质心点,减少噪声对 脊线索引的干扰并降低时频分布的维度;运用动态 路径规划算法索引时频脊线,尽可能使索引结果达 到全局最优。

1 MMP脊线索引算法

1.1 MMP算法原理及实现

对于信号 $Z(t) \in L^2(R)$,窗函数g(t),通过滑动 窗口可得到不同时间段信号z(t)的频谱图,从而获 得信号的时频分布T(t, f)如下式所示:

$$T(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[z(u) g^*(u-t) \right] \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi f u} \mathrm{d}u \quad (1)$$

式中 *t*和*u*表示时间;*f*表示频率;*g*^{*}表示*g*的共轭。

根据时频曲线附近局部能量突出且具有一定连续性的特点,建立最优脊线路径代价函数 $C(t, f(t))^{[16]}$:

$$C(t,f(t)) = c_0 \int_t T^2(t,f(t)) dt - \sum_{k=1}^{\infty} c_k \left(\frac{\partial^k f(t)}{\partial t^k}\right)^2 dt$$
(2)

式中 c₀表示幅值对代价函数的权重系数;c_k表示 第*k*阶导数对代价函数的权重系数;*k*为求导阶数。

对式(2)进行离散变换,忽略高阶项的影响,同时设置脊线搜索频率半径为*f*_w,得到如下式所示的 脊线索引代价函数:

$$C_{i} = T^{2}(t_{i}, f_{t_{i}}) - e \cdot \left| f_{t_{i}} - f_{t_{i-1}} \right|^{2},$$

$$f_{t_{i-1}} - f_{w} \leqslant f_{t_{i}} \leqslant f_{t_{i-1}} + f_{w}$$
(3)

式中 e为权重系数,用于确定幅值(时频分布)T和 频率变化量 $|f_{t_i} - f_{t_{i-1}}|^2$ 对代价函数C的贡献率。由于 噪声的影响,时频分布中可能出现噪声时频点幅值

高于脊线上的幅值,若索引初始点落在噪声点上则 无法索引到正确脊线。

MMP 脊线索引算法通过选择多个索引初始点 的方法消除索引结果过于依赖初始点的问题。对于 时频分布 T(t,f)构建基于树的脊线索引模型,选取 n个起始点作为路径搜索树的支集起点,以代价函 数 C更新支集原子,通过贪心算法搜索每个支集上 的原子,得到 n个支集作为时频脊线,然后根据下式 确定最优时频脊线 L(t,f):

$$L(t,f) = \arg\max\left(\sum_{i=1}^{N_0} C_i^k\right) \tag{4}$$

式中 N₀为离散信号总长度。

MMP脊线索引算法具体步骤如下:

(1) 对于时频矩阵
$$T(t,f)_{N_0 \times \frac{N_0}{2}}$$
, 取 $n-1$ 个索引

初始点将时间平均分为n段,每一段的时间间隔为 t_s , 每个初始点对应的时刻为{ $t_i | i = (k-1) \cdot t_s + 1; k =$ 1,2,3,...,n},初始化k = 0;

(2) 令 k = k + 1, 找到第 k个初始时刻的最大幅 值点{ (t_i, f_i, C_i^k)] f_i = arg max ($T(kt_0)$), $C_i^k = T^2(t_i, f_i)$ } 作为脊线搜索的起始点;

(3) 正向搜索:令i = i + 1,根据式(3)以半径 f_w 搜 索 t_i 处的脊线点{ $(t_i, f_i, C_i^k)|_{f_i} = \arg \max(C_i^k), f_{i-1} - f_w \leqslant f_i \leqslant f_{i-1} + f_w$ };

(4) 重复步骤(3),直到 *i* > N₀ 停止迭代, *i* =
 (*k*-1)•*t*_s+1;

(5) 负向搜索:令i = i - 1,根据式(3)以半径 f_w 搜索 t_i 处的脊线所在位置{ $(t_i, f_i)|f_i = \arg \max(C_i^k)$, $f_{i+1} - f_w \leqslant f_i \leqslant f_{i+1} + f_w$ };

(6) 重复步骤(5),直到 *i* < 1停止迭代,得到时频脊线 L_k(*t*, *f^k*(*t*), C^k(*t*));

(7) 重复步骤(2)~(6),直到k > n停止迭代; 根据式(4)得到最终的脊线 $\overline{L}(t, f(t))$ 。

1.2 强噪声下 MMP 算法失效机理分析

图 1(a)为信噪比为一10 dB的强噪声下利用 MMP算法得到的时频脊线,其中黑色虚线代表理 论时频曲线f^{*},红色实线为 MMP算法提取的结果 f。从图 1(a)中可以看出,时间在 0~7.5 s时f与f^{*}基 本重合,提取效果较好;在 7.5 s时f与f^{*}发生偏离, 然后f便沿着偏离后的结果继续搜寻,致使 7.5 s后 未能提取到有效的时频脊线。

图 1(b)为图 1(a)中位置 A 的局部放大图,红色 虚线表示式(3)中的搜索频率半径 f_w。在 t₁时刻,时 频点 a 虽然在 f^{*}附近,但在噪声的影响下幅值 T(a) 并不是搜索半径 f_w内的最大值,存在一个远离理论 曲线的时频点 b,其幅值 T(b)大于 T(a),所以在 t_1 时刻会将 b 作为 f上的点。当脊线索引至 t_2 时刻, f^* 附近的时频点 c 的幅值 T(c)高于远离 f^* 的 d 处幅 值 T(d),然而此刻 c 点已经超出 f_w 的范围,算法只 能在 f_w 的范围内选择最大幅值点 d 作为 f上的点而 无法索引到正确的时频点 c,使 f逐步偏离正确的索 引方向。



由于MMP算法在索引 t_i 处的脊线点 f_i 时仅根 据 f_{i-1} 确定 f_i 的索引范围 $f_{i-1} - f_w \leqslant f_i \leqslant f_{i-1} + f_w$, 得到关于 f_{i-1} 的局部最优值;若 f_{i-1} 在噪声的影响下 偏离 f_{i-1}^*, f_i 的索引范围也随之发生偏离;当 f_{i-1} 的偏 移量在索引范围 f_w 内,索引结果f仅在 f^* 附近波动; 当 f_{i-1} 的累计偏移量超出索引范围 f_w, f 偏离了 f^* 并 且偏离量可能越来越大,得到如图1(a)中的结果。 如果根据已搜索到的所有脊线点确定 f_i 的索引范 围,可以有效抑制局部最优导致的脊线偏移,但是在 高采样频率下数据点多,影响计算效率。所以本文 通过构造脊线质心稀疏矩阵重构时频分布,减少噪声 干扰并降低脊线索引的数据量,进而利用动态路径规 划算法解决脊线索引时容易陷入局部最优的问题。

2 DPPB 时频脊线索引算法

2.1 构建脊线质心稀疏矩阵

由第1节可知,MMP算法得到最终脊线之前会 生成一个脊线集{ $L_k(t, f^k(t), C^k(t))|k=1, 2, \dots, n$ }, 如图2所示。图2中彩色细实线为算法索引的所有 脊线{ L_k },红色粗实线为最终的提取结果,紫色虚 线区域为理论时频曲线 L_0 所在的搜索范围[$f-f_w$, $f+f_w$]。



虽然噪声导致脊线集 $\{L_k\}$ 中不一定存在一条 脊线L能够较好地描述信号真实的时频分布,但是对于 $\{L_k\}$,存在 $k_0 \in \{1, 2, \dots, n\}$ 和集合1 $\subset \{1, 2, \dots, N_0\}$, 使得:

$$|f^{k}(t_{l}) - f^{*}(t_{l})| \leq f_{w}$$

$$(5)$$

即时频脊线 L_{k_0} 上存在某一段 $L_{k_0}(t_l)$ 正好落在 [$f-f_w, f+f_w$]内,所有满足式(5)的脊线点集合便 构成目标脊线 \bar{L}_{final}^V

质心可以反映质点集的整体分布情况,将式(2) 中的C(t,f(t))视为脊线的质量,设窗函数为g(t), 时窗半径为 Δ_s ,窗口平移步长为 λ ,那么第k条脊线 L_t 的质心可由下式求得:

$$\begin{cases} M^{k}(b) = \int C^{k}(t)g(t-b\lambda)dt \\ r_{t}^{k}(b) = \frac{\int tC^{k}(t)g(t-b\lambda)dt}{M^{k}(b\lambda)} \\ r_{f}^{k}(b) = \frac{\int f(t)C^{k}(t)g(t-b\lambda)df}{M^{k}(b\lambda)} \end{cases}$$
(6)

针对离散的时频分布,将式(6)改写为离散形式:

$$\begin{cases} M^{k}(b) = \sum_{m=1}^{N_{0}} C^{k}(m)g(m-b\lambda) \\ r_{t}^{k}(b) = \frac{\sum_{m=1}^{N_{0}} t(m)C^{k}(m)g(m-b\lambda)}{M^{k}(b\lambda)} \\ r_{f}^{k}(b) = \frac{\sum_{m=1}^{N_{0}} f(m)C^{k}(m)g(m-b\lambda)}{M^{k}(b\lambda)} \end{cases}$$
(7)

式中 $r_{i}^{k} \pi r_{f}^{k} \beta$ 别为质心对应的时间和频率; M^{k} 为 质心质量; m为时间序列; $b \in \{1, 2, \dots, B; B = [N_{0}/(\lambda \times f_{s})]\}$ 为质心序列,其中, $[\bullet]$ 表示向上取整 运算, f_{s} 为采样频率。

截取一段脊线加窗求质心的结果如图3所示, 其中不同颜色代表加窗后的脊线段,"○"为该段脊 线的质心,蓝色虚线表示理论曲线。从图3中可以 看出,加窗质心运算弱化了异常脊线点对时频分布 的影响,从而达到消除噪声干扰的目的。同时,质心 点反映了窗口内脊线点的整体分布,所以通过质心 点描述时频脊线可以降低时频脊线的维度。



利用式(7)对图 2 中 { L_k }的 n 段脊线加窗求质 心,得到一个由质心点构成的稀疏矩阵 V 如图 4 所 示,图 4(b)为 4(a)中区域 B 的局部放大图。图中 "•"为质心点的位置,颜色深浅代表该质心质量 M的 大小。与图 1(a)对比,图 4 中的时频脊线更加清晰。



Fig. 4 Schematic diagram of sparse matrix of barycenter

采用二维数组存储稀疏矩阵会浪费存储单元存 放零元素,在运算中需要花费大量时间对零元素进 行无效运算。三元组存储格式(Coordinate,COO) 是一种直观、简单的稀疏矩阵存储格式,分别将二维 数组中非零元素的行、列和数值存在三个一维矩阵 中,极大地压缩了原始数据量^[17]。但是COO存储数 据不考虑存储顺序,在数据读取时需要遍历整个矩 阵索引需要的数据,一定程度上降低运算效率。针 对时频脊线索引的特点,按照时间顺序运用COO方 法存储稀疏矩阵,减少索引时的数据读取量。首先 通过COO方法将6时刻的质心储存在三个一维矩 阵中,即

$$\begin{bmatrix} V_{\text{row}}(b,k) \\ V_{\text{col}}(b,k) \\ V_{\text{value}}(b,k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_t^1(b) & r_t^2(b) & \cdots & r_t^k(b) \\ r_f^1(b) & r_f^2(b) & \cdots & r_f^k(b) \\ M^1(b) & M^2(b) & \cdots & M^k(b) \end{bmatrix} (8)$$

然后将所有时刻的存储矩阵组成质心稀疏矩阵*V*:

$$V = \sum_{b=1}^{B} [V_{\text{row}}(b,k), V_{\text{col}}(b,k), V_{\text{value}}(b,k)]^{\mathrm{T}}$$
(9)

通过构建质心稀疏矩阵将时频脊线索引对象由 时频分布 T(t,f)转化为稀疏矩阵 V,保留了时频分 布中的关键信息,极大地压缩了数据量;在索引某一 时刻的脊线点时,只需在该时刻的 COO 矩阵中查找 目标元素,从而避免遍历稀疏矩阵的全部数据,达到 降低运算量的目的。

2.2 构造动态路径规划脊线索引函数

路径规划可通过现有的数据集预测接下来一段 时间的数据分布,多项式拟合是常用的路径规划方 法。但是数据量和拟合阶数对多项式拟合的结果影 响较大,决定了拟合结果的精度和泛化能力。为了 提高脊线点预测的鲁棒性且尽可能保留脊线局部的 细节信息,本文采用了动态路径规划的脊线点索引 算法。

设置阈值 m^* 确定拟合点数量和拟合阶数,当已 搜索到脊线 \bar{L}^v 的质心个数 $b < m^*$ 时选用低阶数 o_1 对序列 $S = \{1, 2, \dots, b\}$ 的质心集 $\bar{L}^v(S)$ 进行拟合; 当 $b > m^*$ 时选用高阶数 o_2 对序列 $S = \{b - m^*, b - m^* + 1, \dots, b\}$ 的质心集 $\bar{L}^v(S)$ 进行拟合;然后计算 序列为b + 1的预测值 \hat{P}_{b+1} ,如下式所示:

 $\hat{P}_{b+1}(\hat{r}_{i},\hat{r}_{f}) = Polyfit(\bar{L}^{V}(S), V_{row}(b+1,k), o_{i})$ (10)

式中 \hat{r}_{t}, \hat{r}_{f} 分别为预测点 \hat{P}_{b+1} 的时间集和频率集; $i = 1, 2; k = 1, 2, \dots, n_{\circ}$

定义新的代价函数 \bar{C}_{b+1} 如下式所示: $\bar{C}_{b+1}(k) =$

 $T(d(\hat{r}_{f}(k), V_{col}(b+1, k)), V_{value}(b+1, k)) \quad (11)$ 式中 $\hat{r}_{f}(k)$ 为 $V_{row}(b+1, k)$ 时刻的预测频率; $d(\bullet)$ 表示距离。代价函数 \bar{C}_{b+1} 是一个与距离 $d(\hat{r}_{f}(k), V_{col}(b+1, k))$ 和质量 $V_{value}(b+1, k)$ 有关 的函数。

将式(11)得到的代价函数值 \bar{C}_{b+1} 取最大值时的质心点作为 $\bar{L}^{V}(b+1)$ 的脊线点,并把此时的 \bar{C}_{b+1} 作为脊线点的幅值,如下式所示:

$$\bar{L}^{V}(b+1) = \{ [V_{\text{row}}(b+1,k), V_{\text{col}}(b+1,k), \bar{C}^{*}_{b+1}]^{\mathrm{T}}$$

 $|C_{b+1}^* = \max C_{b+1}, k = \arg C_{b+1}^* \}$ (12)

将每条脊线各点的幅值合作为脊线的判别参数,选择最大幅值合的脊线作为最终脊线*L^V*_{final},如下 式所示:

$$\bar{L}_{\text{final}}^{V} = \left\{ \bar{L}_{i_{L}}^{V} | i_{L} = \arg \max \sum_{b} \bar{C}_{b}^{*}, \, \bar{C}_{b}^{*} \subset \bar{L}_{i_{L}}^{V} \right\}$$
(13)

2.3 DPPB 脊线索引算法实现

对于一段时间长度为 t_0 的信号Z(t),运用DP-PB算法搜索时频脊线的具体步骤如下:

(1) 根据第1节的 MMP 脊线索引算法搜索时 频 分 布 T(t,f) 的 时 频 脊 线 , 得 到 脊 线 集 合 $\{L_k(t,f^k(t), C^k(t))|k=1, 2, \dots, n\}_{\circ}$

(2) 设置窗函数g(t),时窗半径 Δ_g ,窗口平移步 长 λ ,对脊线集 $\{L_k\}$ 加窗求质心,构建质心稀疏矩阵 $V = \sum (V_{\text{row}}, V_{\text{col}}, V_{\text{value}})^{\mathrm{T}}$,计算初始化i = 1,确定拟 合阶数阈值 m_{\circ}

(3) 令 b = i, 搜索 $V_{value}(i_b, k)$ 中的最大值所对 应的质点作为第 i 条脊线的搜寻起始点, 即 $\overline{L}_i^V(b) =$ arg max $V_{value}(b, k)_o$ (4)正向搜索: b = b + 1,若 b ≤ B,执行步骤
(5);否则,令 b = i,执行步骤(6)。

(5) 由式(10)确定预测值 \hat{P}_b ,由式(11)计算*b* 时刻的代价函数集 $\bar{C}_b(k)$,由式(12)搜索脊线点 $\bar{L}_i^V(b)$;若 $b \leq t_0/\lambda$,重复步骤(4)。

(6)反向搜索: b=b-1,若b≥1,执行步骤
(7);否则,执行步骤(8)。

(7)由式(10)确定预测值 \hat{P}_{b} ,由式(11)计算b时刻的代价函数集 $\bar{C}_{b}(k)$,由式(12)搜索脊线点 $\bar{L}_{i}^{v}(b)$,重复步骤(6)。

(8) 令 *i* = *i* + 1, 重复步骤(3)~(6), 直到 *i* > *n* 停止。由式(13)得到最终的时频脊线 *L*^V_{final}。

DPPB算法流程图如图5所示。

2.4 关于算法的讨论

2.4.1 参数设置对结果的影响

在 DPPB 算法中, 搜索半径 f_w、窗宽 2Δ_g 和步长 λ是算法的三个关键参数。搜索半径 f_w的大小影响 MMP 算法对噪声的鲁棒性。减小 f_w可以降低索引 区域内的噪声点数量,避免脊线波动, 但同时也降低 了索引到正确脊线点的概率, 容易在噪声的干扰下



偏离正确索引路径;增大 f_w 可以增加索引到正确脊 线点的概率,当索引路径偏离理论脊线时有更大的 机会重新返回正确的索引路径,但是也增加了噪声 点的数量,容易使提取结果产生波动。加窗求质心 的目的是降低噪声对脊线提取的干扰,使质心点能 够准确描述理论脊线。窗口大小 $2\Delta_g$ 和步长 λ 会影 响质心计算的准确性、抗噪声干扰能力和复杂度。 随着 $2\Delta_g$ 增大,质心计算的抗噪声干扰能力增强,而 准确性则先增高后降低; λ 增大时,质心计算的准确 性提高,但是提升效果会随 $2\Delta_g$ 的减小而降低。同 时, $2\Delta_g$ 和 λ 影响算法的复杂度,增大 $2\Delta_g$ 和 λ 会增加 运算量。

目前尚未有合适的理论确定数据的最优搜索半径 f_w 、窗宽 $2\Delta_g$ 和步长 λ ,本文仅根据经验和试验分析获得各参数的较优取值范围。对于 f_w ,一般取 $10\sim35$ Hz效果较好。对于 $2\Delta_g$,如果待提取的脊线变化较为剧烈,通常选择 $0.1\sim0.5$ s的较小窗口;如果变化较为缓慢,通常选择 $0.5\sim1$ s的较大窗口。对于 λ ,原则上越小越好,但是考虑到运算量,一般选择 $(0.1\sim0.5)\times 2\Delta_g$ 。

2.4.2 算法的计算成本

本文所提算法的计算成本主要包括 MMP 索引、质心求解和动态路径规划三部分。若信号时频 分布的数据量为 $N_0 \times M_0$, N_0 为离散信号总长度, M_0 为频率维度,算法的计算成本可以表示为:

$$\begin{pmatrix}
O_{\text{DBBP}} = O_{\text{M}} + O_{\text{B}} + O_{\text{D}} \\
O_{\text{M}} = n \times f_{\text{w}} \times N_{0} \\
O_{\text{B}} = n \times N_{0} \times 2\Delta_{g} / \lambda \\
O_{\text{D}} = \left[n \times O_{\text{frt}}(m^{*}) / (\lambda \times f_{s}) \right]^{2} \times N_{0}^{2}
\end{cases}$$
(14)

式中 *O*_{DPPB}, *O*_M, *O*_B和 *O*_D分别为算法总成本、 MMP索引成本、质心计算成本和动态路径规划成本;*n*为脊线段的数量; *O*_{fit}(*m*^{*})为*m*^{*}个点的多项式 拟合计算成本。

所提算法以较高的计算成本来换取较好的提取 性能,所以计算成本较大。特别注意的是,N² 的系 数对计算成本产生较大的影响,所以在保证索引精 度的前提下,合理减小n和m、增大λ可以有效降低 算法的计算成本。

3 仿真分析

3.1 构建仿真模型

设仿真信号x及瞬时频率曲线f如下式所示:

$$\begin{cases} x(t) = \sin(2\pi(5t + 2.5t^2/2 + 3t^3/3 - 0.025t^4/4)) \\ f(t) = 5 + 2.5t + 3t^2 - 0.025t^3 \end{cases}$$

(15)

设置采样频率 f_s =800 Hz,采样时间t=10 s,信 号x(t)的时域图和STFT变换后的时频分布如图6 所示。



Fig. 6 Time-domain diagram and ime-frequency distribution of simulated signal

对信号加高斯白噪声后,取n = 50,运用第1节 MMP脊线提取算法得到脊线集 $\{L_k(t, f^k(t), C^k)\}_n$ 如图7所示。



Fig. 7 Time-frequency distribution and ridge set of signals adding noise

由式(7)构建质心稀疏矩阵 V,其中总采样点数 $N=f_s \cdot t=8000$,窗宽度 $2\Delta_s=0.5$ s,步长 $\lambda=0.1$ s,时间序列总长度 $B=t/\lambda=100$ 。

令式(10)中的 $o_1=1, o_2=2, m=20, S_1=$ {1,2,...,b}, $S_2=\{b-20, b-19, ..., b\}$,则仿真模型的动态路径规划函数可表示为:

 $C = \lfloor V_{\text{value}} / \max(V_{\text{value}}) \rfloor + e_r \cdot \left(2\Delta_g / f_s - d(\hat{r}_f, r_f)^2 \right)$ (17)

式中 $V_{\text{value}}/\max(V_{\text{value}})$ 为归一化质心质量; e_r 为距 离权重,用来平衡归一化质心质量 $V_{\text{value}}/\max(V_{\text{value}})$ 和距离 $d(\hat{r}_f, r_f)$ 对代价函数的贡献度,通常的取值 范围为[$10^{-4}, 10^{-5}$]。

3.2 时频脊线提取效果衡量指标

为了更直观地分析不同算法的优劣,此处构造 两个量化衡量指标:相似度系数Ra和置信度σ_{Ra}。

绝对值倒数法是确定两个向量间相似度的一种 方法,对于提取的第*j*条脊线上任意一点的频率*f*^{*j*}与 对应的理论值*f*^{*i*}之间的相关程度*r*^{*i*},可以由下式 确定:

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, \ |f_i^j - f_i^*| \leq c \\ \frac{c}{|f_i^j - f_i^*|}, \ |f_i^j - f_i^*| > c \end{cases}$$
(18)

式中 c为误差允许值,表示接受与理论值 f_i^* 的距离不大于c的提取结果 f_i^j 。

对于某一算法O提取的第j条脊线 L_j^o 与理论曲 线 f^* 的相似度 Ra_i^o ,计算公式如下:

$$Ra_{j}^{O} = \left(\sum_{i=1}^{N_{0}} r_{ij}\right) / N_{0}$$

$$(19)$$

式中 *Ra*∈[0,1],*Ra*越接近1,说明算法提取的脊 线与理论曲线相似度越高,脊线提取效果越好;反之 *Ra*越接近0,则说明相似度越低,提取效果越差。

图8所示为不同相似度Ra时的时频脊线对比 图,图中误差上、下限之间为允许误差c的范围。当 Ra≥0.9时,脊线与理论时频曲线基本吻合,提取结 果误差较小;当0.9≪Ra≪0.8时,脊线在理论曲线 附近波动变大,且存在少量脊线点超出了误差范围, 但是脊线基本落在误差范围以内;当Ra≪0.7时,脊 线与理论曲线保持相同的变化趋势,但是有部分脊 线严重超出误差范围,提取效果欠佳。



图8 不同相似系数Ra的脊线与理论曲线对比图



运用算法 O 对 M 个信号进行脊线提取,获得 M条脊线 L_{M}^{o} ,根据式(19)计算得到所有脊线与理论曲 线 的 相 关 系 数 Ra_{M}^{o} ,算 法 O 的 平 均 相 似 度 系 数 \overline{Ra}^{o} 为:

$$\overline{Ra}^{O} = \left(\sum_{j=1}^{M} Ra_{j}^{O}\right) / M$$
(20)

对于任意 $Ra' \in [0,1]$,存在 k 条 脊线满足 $Ra_k^o \ge Ra'$,则置信水平在 [Ra',1]上的置信 度 $\sigma_{Ra'}$ 为:

$$\sigma_{Ra'} = \frac{k}{M} \times 100\% \tag{21}$$

平均相似系数 \overline{Ra}^{o} 表示提取结果与理论结果 偏差的统计平均值,可以反映算法的稳定程度。置 信度 $\sigma_{Ra'}$ 表示将与理论结果的相似度在[Ra',1]的 提取结果视为合格结果,则在整个试验结果中合格 的提取结果所占的比率为 $\sigma_{Ra'},\sigma_{Ra'}$ 值越大,代表算法 的提取效果越好。

3.3 仿真结果及分析

脊线提取结果及其与理论曲线对比结果如图9 所示。图9(a)中红色曲线为提取到的时频脊线,脊 线索引到了理论脊线附近所有的高幅值时频点; 从图9(b)中可以看到,提取到的脊线与理论曲线基 本重合,表明本算法可以提取得到较为准确的时频 脊线。

为了分析噪声对脊线提取结果的影响,运用峰 值索引、MMP脊线索引、DPPB脊线索引三种算法 对信噪比SNR= $\{-5 dB, -8 dB, -10 dB, -12 dB\}$ 的信号x(t)进行脊线提取,结果如图10所示。

在图 10(a)中,对于信噪比 SNR=-5 dB 的低噪声信号,3种算法均能较好地提取时频脊线。在 SNR=-8和-10 dB 的较强噪声时(图 10(b)和(c) 所示),峰值索引算法得到的脊线已经完全偏离理论 曲线,MMP 算法得到的脊线与理论曲线有相同的 变化趋势,但存在局部误差而偏离理论曲线,DPPB 算法提取的脊线与理论曲线基本重合。在 SNR=-12 dB 的强噪声下(图 10(d)所示),其他两种算法



Fig. 9 Results of time-frequency ridge extraction

已经完全偏离理论曲线,DPPB算法可得到与理论 曲线变化趋势相同的脊线,仅存在局部误差。由此 可以初步得出,峰值索引算法和MMP算法容易受 噪声的影响,强噪声下会失去脊线提取能力,而DP-PB算法可以在强噪声下有效提取时频脊线,提取效 果和对噪声的鲁棒性优于其他两种算法。

重复进行图 10 中的仿真试验,试验次数 *M*= 10000,根据式(20)计算三种算法的平均相关系数 \overline{Ra} 如表1所示,其中取 $c = \frac{1}{2} f_s \cdot 5\% = 20$ Hz。

由表1可知,当SNR=-5dB时,三种算法的平均相关系数 Ra 均大于0.9,提取结果比较稳定。峰值索引算法在SNR=-8,-10和-12dB的强噪声下 Ra 值下降明显;MMP算法在三种强噪声下的 Ra 值虽然高于峰值索引算法,但是也有较大幅度的下降;DPPB算法在三种强噪声下的 Ra 值降幅较小且均在0.8以上。随着噪声的增强,三种算法的 Ra 值均有不同程度的下降,但是DPPB算法的 Ra 值始终高于其他两种算法,且噪声越强越明显,说明对噪声的鲁棒性优于其他算法。

根据图 8 的仿真结果,取Ra' = 0.9,由式(21)计 算置信水平在[0.9,1]上的置信度 $\sigma_{0.9}$,结果如表 2 所示。

由表2可知,在SNR=-5dB时,MMP脊线索引和DPPB算法的置信度 $\sigma_{0.9}$ 分别为98.01%和100%,可以准确地提取到符合要求的时频脊线;峰值索引算法的 $\sigma_{0.9}$ 也达到80%,具备较好的提取效果。当噪声强度高于-8dB时,峰值索引算法的 $\sigma_{0.9}$ 均为0,已经无法提取到符合要求的脊线。MMP算



Fig. 10 Comparison of extraction results of different algorithms under different noises

表1 平均相关系数 Ra 统计结果

Tab. 1Statistic results of the average correlationcoefficients \overline{Ra}

SNR	峰值索引	MMP算法	DPPB算法
$-5\mathrm{dB}$	0.9225	0.9944	1
$-8\mathrm{dB}$	0.6065	0.8575	0.9971
$-10~\mathrm{dB}$	0.3773	0.6481	0.9679
$-12~\mathrm{dB}$	0.2218	0.4381	0.8343

表 2 置信度 $\sigma_{0.90}$ 统计结果 Tab. 2 Statistical results of confidence $\sigma_{0.90}$

SNR	峰值索引/%	MMP算法/%	DPPB算法/%
$-5 \mathrm{dB}$	80.81	98.01	100
$-8 \mathrm{dB}$	0	54.75	99.91
$-10~\mathrm{dB}$	0	13.95	93.51
$-12~\mathrm{dB}$	0	2.87	57.12

法在 SNR=-8 dB 时 $\sigma_{0.9}$ 为 54.75%,接近一半的提 取结果不符合要求,在 SNR=-10和-12 dB 时的 $\sigma_{0.9}$ 分别为 13.95%和 2.87%,已经很难提取到合格 的脊线。DPPB 算法在 SNR=-8和-10 dB 的较 强噪声条件下 $\sigma_{0.9}$ 分别为 99.91%和 93.51%,合格脊 线所占的比率均在 90%以上,在 SNR=-12 dB 的 强噪声下 $\sigma_{0.9}$ 为 57.12%,依然有一半以上的提取结 果符合要求。虽然噪声的增强降低了各算法的提取 效果,但 DPPB 算法的提取效果始终优于其他两种 算法,且针对强噪声具有良好的脊线提取能力。

通过以上仿真结果和分析可以得出,DPPB算 法可以抵抗信号中强噪声的干扰,相比于峰值索引 算法和MMP算法更容易从强噪声信号中提取到有 效的时频脊线,对噪声有更好的鲁棒性。

4 试验验证

4.1 试验说明

齿轮箱振动信号中的啮合频率分量是分析故障 的重要特征频率之一,本文利用SpectraQuest公司 研发的动力传动故障诊断综合试验台(DDS)获取 不同转速下齿轮箱的振动信号,通过提取不同转速 下的啮合频率时频脊线验证所提算法的有效性,试 验台如图11所示。



1: Motor Control软件; 2: 电动机; 3: 控制面板; 4: 动态信号采集 分析系统; 5: 齿轮箱; 6: 加速度振动传感器; 7: 可编程磁力制 动器; 8: 角度编码器; 9: 数模转换器; 10: 动态测试系统。

图 11 DDS 试验台示意图 Fig. 11 Schematic diagram of DDS test bench

其中齿轮箱5为二级减速器减速齿轮箱,由4组 直齿轮组合而成,主要参数如表3所示。设置加速 度振动传感器6的采样频率为25.6 kHz,采集齿轮 箱径向的振动信号。

由于DDS试验台不易输出非线性变化的转速, 所以试验模拟三组线性变化的输入转速,分别为震 荡波动曲线、三角形单波谷波动曲线、三角形三波谷 波动曲线,如图12所示。为了与时频脊线对应,下 文均用"转频"代替"转速"。

表 3 试验台齿轮箱参数 Tab. 3 Gearbox parameters of test bench

参数	取值
一级传动主动轮齿数 Z1	29
一级传动从动轮齿数 Z ₂	100
二级传动主动轮齿数Z ₃	36
二级传动从动轮齿数Z4	90
一级传动比η1	0.29
二级传动比η2	0.4
总传动比η	0.116





齿轮箱振动信号中包含与转频 f_r 相关的第i级传动齿轮啮合频率 f_{ci} 及其倍频 nf_{ci}, f_r 与 f_{ci} 的关系如下式所示:

$$f_{\rm r} = \frac{n f_{\rm c1}}{n Z_1} = \frac{n f_{\rm c2}}{n \eta_1 Z_3}$$
(22)

因此,获得齿轮箱振动信号的第*i*级传统齿轮 啮合频率的*n*倍频*nf_{ci},便可计算得到齿轮箱的输入 转频<i>f_r*。

4.2 试验结果及分析

为了计算方便,试验通过提取1级传动齿轮啮 合频率的基频 f_{el} 计算输入转频 f_{ro} 三种不同输入转 速下齿轮箱的振动时域图和STFT变换后 f_{el} 附近 的时频分布如图13所示。





运用DPPB算法提取不同转频曲线下啮合频率 fei的时频脊线,提取结果如图14所示。



在图 13(b)和(d)的时频分布中,信号的 SNR 较高,噪声对瞬时频率的影响较小,可以观察到较为明显的时频脊线;在图 13(f)中,频率波动部分受噪声污染严重,SNR 较低,难以观察到时频脊线的变化趋势。通过图 14 的提取结果可以看出,虽然三种转频下的信噪比差异较大,但是 DPPB 算法均能提取到较为准确的时频脊线,表明该算法对强噪声有良好的鲁棒性。

为了验证 DPPB 算法提取转频的准确性,将 图 14得到的啮合频率和表 3 中齿轮箱参数及 f_{c1} 代入式(22)可计算三组信号的转频 f_{r}^{D} 。同时,运用 MMP算法提取 f_{c1} 的时频脊线,计算转频 f_{r}^{M} ;用试验 台中的角度编码器测得齿轮箱输出轴转频,根据传 动比计算得到输入轴实测转频 f_{r}^{A} 。将 f_{r}^{D} , f_{r}^{M} 作为对 照组与 f_{r}^{A} 进行对比,结果如图 15 所示。

由图 15可以看出,在震荡波动转频和三角形单 波谷转频下,MMP 脊线索引和 DPPB 两种算法提取 到的时频脊线基本与实测转频 *f*^A 重合(图 15(a)和 (b)所示),但由 MMP 脊线索引算法提取的三角形



Fig. 15 Comparison of rotational frequencies calculation results

单波谷波时频脊线存在较小的误差。在三波谷转频 波动下,MMP脊线索引算法提取的脊线在恒频部 分与 f_r^A 重合较好,但波谷处与 f_r^A 存在较大误差; DPPB算法得到的脊线无论在恒频部分还是波谷 处均与 f_r^A 重合较好,只有局部存在较小的误差(如 图15(c)所示)。由此表明DPPB算法可以在强噪声 下较为准确地估计信号的转频曲线。

将实测转频作为理论输入转频,根据式(19)计算 三组信号在不同算法下提取结果的相似度 Ra 衡量 MMP算法和 DPPB 算法的提取效果,如表4 所示。

	表 4	不同	算法提取效	果对比		
Tab. 4	Comparison	of	extraction	effects	of	different
	algorithms					

8			
		Ra	
算法	震荡波动	三角形单波谷	三角形三波谷
	信号	波动信号	波动信号
MMP	1	0.9939	0.7678
DPPB	1	1	0.9669

由表4可以看出,MMP算法和DPPB算法得到 的震荡波动信号转频的Ra值均为1,三角形单波谷 波动信号转频的Ra值分别为0.9939和1,均有较好 的提取效果。对于三角形三波谷波动信号,MMP 算法得到的转频的Ra值为0.7678,与实际转频的偏 差较大,而 DPPB 算法得到的转频的Ra值为 0.9669, 远高于 MMP 算法, 进一步说明 DPPB 算法 的有效性和对噪声的鲁棒性。

5 结 论

本文提出了一种改进的时频脊线索引算法来提 高时频估计的准确性,主要结论如下:

(1)信号时频分布在强噪声下会产生多个幅值 极值,MMP算法索引时频脊线时容易受到噪声极 值点的干扰陷入局部最优,导致算法提取到错误的 时频脊线。

(2)通过构建脊线质心稀疏矩阵,将脊线索引对象 由时频离散点转化为质心点,降低了噪声对脊线索 引的干扰,同时压缩了索引数据量,提高了运算速率。

(3)提出了一种基于质心动态路径规划(DP-PB)的时频脊线索引算法,设计动态路径优化函数 和脊线索引代价函数识别质心稀疏矩阵中的时频脊 线点,从而避免了脊线索引过程中陷入局部最优,提 高了算法对噪声的鲁棒性。通过仿真和试验分析, 验证了DPPB算法索引时频脊线的精度和鲁棒性优 于传统的脊线索引算法。所提算法可用于实际工程 中变转速齿轮箱的转速估计和故障诊断,具有一定 的工程应用价值。

参考文献:

- 陈雪峰,郭艳婕,许才彬,等.风电装备故障诊断与健康 监测研究综述[J].中国机械工程,2020,31(2):175-189.
 Cheng Xuefeng, Guo Yanjie, Xu Caibin, et al. Review of fault diagnosis and health monitoring for wind power equipment[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(2):175-189.
- [2] 孙鑫晖,董翔文,郝木明.基于小波脊提取的扭转振动测 试方法研究[J].振动、测试与诊断, 2020, 40(1): 135-139.
 Sun Xinhui, Dong Xiangwen, Hao Muming. Research on testing method of torsional vibration based on wavelet ridge extraction [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020, 40(1): 135-139.
- [3] 赵德尊,王天杨,褚福磊.基于自适应广义解调变换的滚动轴承时变非平稳故障特征提取[J].机械工程学报,2020,56(3):80-87.
 Zhao Dezun, Wang Tianyang, Chu Fulei. Adaptive generalized demodulation transform based rolling bearing time-varying nonstationary fault feature extraction[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(3):80-87.
- [4] 王晓龙,闫晓丽,何玉灵.变速工况下基于IEWT能量阶次谱的风电机组轴承故障诊断[J].太阳能学报,2021,42(4):479-486.
 Wang Xiaolong, Yan Xiaoli, He Yuling. Fault diagnosis wind turbine bearing based on IEWT energy order spec-trum under variable speed condition[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2021, 42(4): 479-486.

- [5] 陈是扦,彭志科,周鹏.信号分解及其在机械故障诊断中的应用研究综述[J].机械工程学报,2020,56(17):91-107.
 Chen Shiqian, Peng Zhike, Zhou Peng. Review of signal decomposition theory and its applications in machine fault diagnosis[J]. Journal of Mechanicla Egnineering, 2020, 56(17):91-107.
- [6] 郭瑜,秦树人,汤宝平,等.基于瞬时频率估计的旋转 机械阶比跟踪[J].机械工程学报,2003,39(3):32-36.
 Guo Yu, Qin Shuren, Tang Baoping, et al. Order tracking of rotating machinery based on instantaneous frequency estimation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(3): 32-36.
- [7] Iatsenko D, McClintock P V E, Stefanovska A. Extraction of instantaneous frequencies from ridges in time – frequency representations of signals[J]. Signal Processing, 2016, 125: 290-303.
- [8] 江星星,李舜酩,周东旺,等.时频脊融合方法及时变 工况行星齿轮箱故障识别[J].振动工程学报,2017, 30(1):127-134.
 Jiang Xingxing, Li Shunming, Zhou Dongwang, et al. Time-frequency ridge fusion method and defective iden-

tification of planetary gearbox running on time-varying condition [J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(1): 127-134.

- [9] Ding Rongmei, Shi Juanjuan, Jiang Xingxing, et al. Multiple instantaneous frequency ridge based integration strategy for bearing fault diagnosis under variable speed operations [J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(11): 115002.
- [10] 张焱,何妹钡,王平,等.无转速计下变工况滚动轴承故障特 征量化表征提取[J].仪器仪表学报,2021,42(8):104-114.
 Zhang Yan, He Shubei, Wang Ping, et al. Tacholess quanti-tative characterization of rolling bearing fault fea-

ture under varying conditions[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(8): 104-114.

- [11] Wu M, Wu F, Yang K, et al. A multipath matching pursuit algorithm based on improved-inner product matching criterion [C].2020 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC). IEEE, 2020; 1-5.
- [12] Fourer D, Auger F, Flandrin P. Recursive versions of the Levenberg-Marquardt reassigned spectrogram and of the synchrosqueezed STFT[C].2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2016: 4880-4884.
- [13] Yu G, Wang Z H, Zhao P. Multisynchrosqueezing transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 66(7): 5441-5455.
- [14] Yu G, Yu M J, Xu C Y. Synchroextracting transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 8042-8054.
- [15] Li M F, Wang T Y, Kong Y, et al. Synchro-reassigning transform for instantaneous frequency estimation and signal reconstruction[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(7): 7263-7274.
- [16] 江星星.齿轮箱关键部件非平稳振动信号分析及诊断 方法研究[D].南京:南京航空航天大学,2016.
 Jiang Xingxing. Research on the nonstationary vibration signal of key parts of gearbox and its fault diagnosis method [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [17] 杨世伟,蒋国平,宋玉蓉,等.基于GPU的稀疏矩阵存 储格式优化研究[J].计算机工程,2019,45(9):23-31.
 Yang Shiwei, Jiang Guoping, Song Yurong, et al. Research on storage format optimization of sparse matrix based on GPU[J]. Computer Engineering, 2019, 45(9):23-31.

Time-frequency ridge index algorithm for gearbox under variable speed based on dynamic path planning of barycenter

ZHANG Bo-lin¹, WAN Shu-ting¹, ZHAO Xiao-yan¹, ZHANG Xiong¹, GU Xiao-hui²

 (1.Hebei Key Laboratory of Electric Machinery Health Maintenance & Failure Prevention, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;
 2.State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System Safety of Traffic Engineering Structures, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: The paper proposes a time-frequency ridge index algorithm for gearboxes under variable speed conditions, based on Dynamic Path Planning of Barycenter (DPPB). This algorithm addresses the challenge of estimating the instantaneous frequency of signals in a high-noise environment. The algorithm builds upon the analysis of the Multi-Path Matching Pursuit (MMP) ridge index algorithm and its limitations under high noise. By adding windows to the ridge set obtained by the MMP algorithm, a ridge barycenter sparse matrix of the signal is constructed. A dynamic path planning function is then designed for the barycenter sparse matrix to index the barycenters on the ridge line. The optimal time-frequency ridge line is calculated based on the values of the ridge line cost function. The similarity coefficient Ra and confidence σ Ra are used as measures of the ridge extraction effect. Simulations and experiments indicate that the DPPB algorithm can effectively extract the time-frequency ridge of signals in high-noise environments, and it is more reliable and robust than the peak index algorithm and the MMP algorithm under various noise intensities.

Key words: fault diagnosis; gearbox; dynamic path planning barycenter (DPPB); time-frequency ridge index; multipath matching pursuit (MMP); time-frequency analysis

作者简介:张伯麟(1993—),男,博士研究生。电话:(0312)7525428; E-mail:393696838@qq.com。 通讯作者:万书亭(1970—),男,博士,教授,博士生导师。电话:(0312)7525455; E-mail:52450809@ncepu.edu.cn。