

基于频率的叠层橡胶隔震支座损伤识别研究

吴巧云^{1,2}, 王宏伟², 冯海², 黄映红³, 荆国强¹, 丁兰⁴

(1. 桥梁结构健康与安全国家重点实验室, 湖北 武汉 430034; 2. 武汉工程大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430073; 3. 中国电力建设工程咨询中南有限公司, 湖北 武汉 430071; 4. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 提出一种基于自振频率的叠层橡胶隔震支座的损伤识别方法。通过叠层橡胶隔震支座的周期结构特性, 利用周期结构特征波导纳法, 推导自振频率与基本周期单元整体剪切模量变化之间的关系, 建立自振频率变化率对单元损伤的敏感性识别方程组, 并采用约束优化方法求解该识别方程组, 实现基于自振频率变化的叠层橡胶隔震支座的损伤识别。算例模型考虑了上部结构对底层橡胶支座的影响, 使计算模型更加符合工程实际。通过三维有限元数值仿真分析验证了本文所提损伤识别方法的有效性和精确性。

关键词: 损伤识别; 叠层橡胶隔震支座; 敏感性分析; 周期结构; 自振频率

中图分类号: O346.5; TU352.12 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)07-1230-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.07.015

引言

叠层橡胶支座作为一种隔震性能优越、结构简单、制造方便的隔震装置, 广泛应用于实际工程结构中。基础隔震技术通过设置隔震层将上部结构与地震运动解耦, 从而减少地震能量向上部结构的传递, 达到保护上部结构和内部设施的目的。地震发生时, 隔震支座会消耗大量的结构振动能量, 是结构中最容易损坏的关键和薄弱部分。隔震支座的早期损坏一旦不能被及时发现, 继续发展积累到一定程度, 就有可能导致整个结构的突然失效, 给人们的生命财产带来灾难。此外, 在荷载和环境等不利因素的长期耦合作用下, 叠层橡胶隔震支座的性能不断恶化, 直接影响隔震建筑在地震作用下的安全冗余度^[1-3]。因此, 迫切需要开发一种与叠层橡胶隔震支座特征匹配的损伤识别方法。

叠层橡胶隔震支座通常由橡胶和钢板交替叠合而成, 其本质上可以视作由若干重复子结构(或称周期胞元)通过首尾相接构成的有限谐调周期性结构系统, 学者们系统地研究了各类周期结构的振动和波传播特性^[4-6]。Chang^[5]和 Ding 等^[6]分别采用解析刚度矩阵法和传递矩阵法并结合周期理论, 建立了离散叠层橡胶支座的线性力学模型。结构发生损伤

时会导致其结构刚度发生变化, 进而影响结构的动力特征参数, 结构损伤动力法通过反解特征参数的变化来确定损伤位置。基于特征参数的敏感性分析方法是一种重要的损伤识别方法^[7]。Cawley 等^[8]最先将固有频率敏感性分析运用到结构损伤识别, 对简单结构进行了损伤位置的识别。Chang 等^[9]给出了一座实际的简支桥的模态参数识别和基于振动的损伤检测的初步结果。上述研究一般都是关于简单结构的损伤识别, 对于周期性叠层橡胶隔震支座损伤状态振动特性的研究, 大都集中于运用试验研究其损伤失效模式。Casati 等^[10]对相隔 10 年的两批同类型隔震支座进行了振动台试验, 发现橡胶老化导致剪切模量增加。Weisman 等^[11]对叠层橡胶隔震支座在大位移下进行了损伤失效试验研究, 发现搭接面积法过于保守, 无法评估隔震支座的竖向屈曲载荷。这些方法对于一些大型建设项目来说耗时耗力, 因此开发一种快速有效的叠层橡胶支座损伤识别方法具有重要意义。

本文利用叠层橡胶隔震支座的周期结构特征, 结合特征波导纳方法推导了基本周期单元的固有频率与整体剪切模量的关系, 以及整体结构固有频率与总剪切模量的关系。建立了固有频率变化率对单元损伤的敏感性辨识方程, 并采用约束优化方法对辨识方程进行求解。最后, 实现了基于固有频率变

收稿日期: 2022-08-22; **修订日期:** 2022-11-30

基金项目: 桥梁结构健康与安全国家重点实验室开放课题(BHSLK19-07-GF); 武汉市城建委科技计划项目(武城建[2020]27号); 国家自然科学基金资助项目(52078395, 51908521); 湖北省首届青年拔尖人才计划项目。

化的叠层橡胶隔震支座的损伤识别。

1 计算理论模型

1.1 含损伤单元的周期结构频率特征方程

图1给出了由 n 个相同的基本周期单元组成的周期系统,两个边界分别用C和D表示。若将一个激励力 F_C 施加在系统左端C处,那么振动波将从左端出发从左至右在该系统中传播。当振动传递至第 j 单元时,波的运动将分为两个部分:其中一部分是能够穿越第 j 单元继续向前传播的传递波,而另一部分则为在第 j 单元处发生反射并朝左端C处传播的反射波。因此,结构中任意点的波动可表示为相应的传递波与反射波之和。

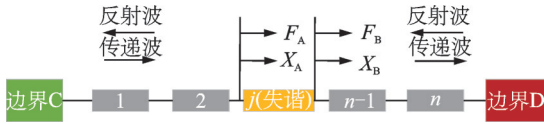


图1 波在系统中传播

Fig. 1 Wave propagation in a system

令左端边界点C处传递波和反射波所引起的位移 X_{0r} 和 X_{0t} 的比值为 Φ (波传递比),可以推导出仅含导纳和波传递比 Φ 的具体表达式为^[12-15]:

$$\Phi = \frac{X_{0r}}{X_{0t}} = -\frac{X}{Y} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 \\ X_1 &= (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{BA}\alpha_{AB} + \alpha_{AA}\alpha_{wt} - \alpha_{BB}\alpha_{wt} - \alpha_{wt}^2)\alpha_{wr}^2\beta e^{(n-2j+1)\mu}, \\ X_2 &= (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{AB}\alpha_{BA} + \alpha_{AA}\alpha_{wr} - \alpha_{BB}\alpha_{wr} - \alpha_{wt}\alpha_{wr})\alpha_{wr}\alpha_{wt}e^{-(n-1)\mu}, \\ Y &= Y_1 + Y_2, \\ Y_1 &= (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{BA}\alpha_{AB} + \alpha_{AA}\alpha_{wr} - \alpha_{BB}\alpha_{wr} - \alpha_{wt}^2)\alpha_{wt}^2e^{-(n-2j+1)\mu}, \\ Y_2 &= (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{AB}\alpha_{BA} + \alpha_{AA}\alpha_{wt} - \alpha_{BB}\alpha_{wt} - \alpha_{wt}\alpha_{wr})\alpha_{wr}\alpha_{wt}\beta e^{(n-1)\mu}. \end{aligned}$$

式中 α_{AA}, α_{BB} 为损伤单元 j 的直接导纳; α_{BA}, α_{AB} 为损伤单元 j 的间接导纳, n 表示单元数;特征波导纳 α_w 为周期单元节点处简谐位移与简谐力的比值; α_{wt} 和 α_{wr} 分别为正向传递波与反射波所对应的特征波导纳; μ 为波的传播常数; β 为边界点D传递波与反射波的位移比值。

当激励频率与结构自振频率相等时,无阻尼结构的位移将为无限大,即求解下列方程可得到具有单一损伤单元的周期结构的自振频率:

$$1 + \Phi = 0 \quad (2)$$

1.2 含损伤单元的叠层橡胶隔震支座结构频率特征方程

对于叠层橡胶隔震系统,结构下端为完全固定,上端为自由边界。

由二阶剪切振动微分方程及边界条件得橡胶层的直接导纳和间接导纳分别为^[15]:

$$r_{11} = -\frac{\cos(hd)}{GAh \sin(hd)} \quad (3a)$$

$$r_{1r} = -\frac{1}{GAh \sin(hd)} \quad (3b)$$

式中 $h = \omega(\rho_2/G)^{1/2}$, ω 为频率, A 为橡胶层的截面面积, ρ_2 为橡胶的密度, G 为橡胶层剪切模量, d 为橡胶层厚度。

每块钢板(载荷部分)的导纳为^[14]:

$$\delta = \frac{-2}{m_s \omega^2} \quad (4)$$

周期结构中的任意单元的直接导纳和间接导纳分别为^[16]:

$$\alpha_{11} = \alpha_{1r} = \frac{\delta [r_{11}(r_{11} + \delta) - r_{1r}^2]}{(\delta + r_{11})^2 - r_{1r}^2} \quad (5a)$$

$$\alpha_{1r} = \frac{\delta^2 r_{1r}}{(\delta + r_{11})^2 - r_{1r}^2} \quad (5b)$$

式中 r_{11} 和 r_{1r} 分别为载波部分的直接导纳和间接导纳; δ 为载荷部分的导纳。

对于对称周期单元,传播常数 μ 与周期单元各个组成部分导纳的关系为^[16]:

$$\cosh \mu = \frac{r_{11}^2 - r_{1r}^2 + \delta r_{11}}{\delta r_{1r}} \quad (6)$$

把式(3),(4)代入式(5)和(6),推导得到叠层橡胶隔震支座中任意健康复合周期单元的直接导纳 α_{11} 、间接导纳 α_{1r} 以及剪切波传播常数 μ 为:

$$\alpha_{11} = \alpha_{1r} = \frac{-2\sin(hd)[2\cos(hd) - \varphi hd \sin(hd)]}{(A/d)Ghd[\theta^2 - (\varphi hd)^2]} \quad (7a)$$

$$\alpha_{1r} = \alpha_{1l} = \frac{-4\sin(hd)}{(A/d)Ghd[\theta^2 - (\varphi hd)^2]} \quad (7b)$$

$$\cosh \mu = \cos(hd) - \frac{\varphi hd \sin(hd)}{2} \quad (7c)$$

式中 $\varphi = m_s/m_r$; $\theta = 2\sin(hd) + \varphi hd \cos(hd)$ 。

相应地,损伤单元 j 在发生损伤后(即支座橡胶层剪切模量增大)的直接单元导纳和间接单元导纳分别表示为:

$$\alpha_{AA} = \alpha_{BB} = \frac{-2\sin(n^*d)[2\cos(n^*d) - \varphi n^*d \sin(n^*d)]}{(A/d)Gn^*d[\theta^2 - (\varphi n^*d)^2]} \quad (8a)$$

$$\alpha_{AB} = \alpha_{BA} = \frac{-4\sin(n^*d)}{(A/d)Gn^*d[\theta^2 - (\varphi n^*d)^2]} \quad (8b)$$

$$\cosh \mu = \cos(n^*d) - \frac{\varphi n^*d \sin(n^*d)}{2} \quad (8c)$$

式中 $n^* = \omega[\rho_2/(G + \Delta G)]^{1/2}$; $\theta = 2\sin(n^*d) +$

$$\frac{(\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{AB}\alpha_{BA} + \alpha_{AA}\alpha_{wr} - \alpha_{BB}\alpha_{wt} - \alpha_{wt}\alpha_{wr})\alpha_{wr}\alpha_{wt}e^{-(n-1)\mu}}{(\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{AB}\alpha_{BA} + \alpha_{AA}\alpha_{wt} - \alpha_{BB}\alpha_{wr} - \alpha_{wt}\alpha_{wr})\alpha_{wr}\alpha_{wt}\beta e^{(n-1)\mu}} = 1 \quad (9)$$

1.3 基础隔震结构中叠层橡胶隔震支座的频率特征方程

对于上部结构,可以看作是由一根长柱和一系列间距为 L 的集中质量 $m_1, m_2, \dots, m_{N-1}, m_N$ 组成的简化模型,如图 2 所示。假设 $m_1 = m_2 = \dots = m_{N-1} = m$,且每个柱单元完全相同。

假设叠层橡胶隔震支座由 $n+1$ 块钢板和 n 块橡胶层交替叠合而成,每块钢板质量为 m_s ,每块橡胶质量为 m_r ,厚度为 d ,如图 3 所示,且考虑支座中第 j 个单元发生失谐。叠层橡胶隔震支座的顶部与上部结构相连,底部受水平简谐位移 $q_0 = |q_0|e^{i\omega t}$ 的作用,其中 $|q_0|$ 为位移幅值, $i = \sqrt{-1}$ 。事实上,该基础隔震系统可看作是由两个不同的周期结构(上部建筑结构和叠层橡胶隔震支座)相连组成的结构。

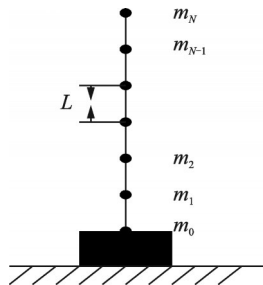


图 2 上部多层结构简化模型

Fig. 2 Simplified model of upper multi-story building structure

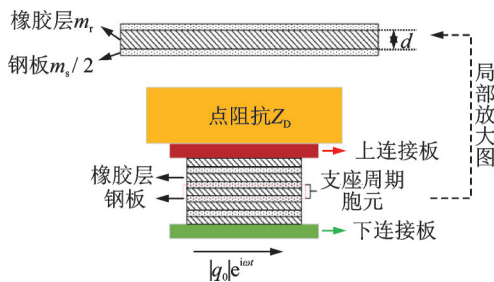


图 3 叠层橡胶隔震支座的简化模型

Fig. 3 Simplified model of laminated rubber isolation bearing

由均匀 Euler-Bernoulli 梁的四阶微分方程可得长为 L 、两端自由的柱单元的节点导纳为^[17]:

$$r_{III} = -\frac{F_6}{2\bar{E}I\lambda^3 F_1} \quad (10a)$$

$\varphi n^*d \cos(n^*d)$; ΔG 表示损伤单元 j 在损伤前后剪切模量的变化。

当 $\Delta G = 0$,式(2)可以简化为健康周期结构的频率特征方程,即:

$$r_{Irl} = -\frac{F_7}{2\bar{E}I\lambda^3 F_1} \quad (10b)$$

式中 $\bar{E} = E(1 + i\eta)$, E 为弹性模量, η 为结构材料耗散系数; I 为柱截面惯性矩; $\lambda = [\rho_1 A_1 \omega^2 / (EI)]^{1/4}$ 为弯曲波数, ρ_1 为柱材料密度, A_1 为柱的截面面积, ω 为频率; F_1, F_6, F_7 函数由文献[15]确定。由图 2 可知,上部房屋结构每一层的集中质量为 m ,由对称性可知,单元的载荷部分的质量为 $m/2$,其导纳为^[15]:

$$\delta_1 = \frac{-2}{m\omega^2} \quad (11)$$

因此,将式(10)和(11)代入式(5),可得上部结构周期单元的间接导纳 α_{Irl} 为^[19]:

$$\alpha_{Irl} = X_3 + iX_4 \quad (12)$$

式中

$$X_3 = [64E^2 I^2 \lambda^6 F_1^2 F_7 (1 + \eta^2) (2EI\lambda^3 F_1 - m\omega^2 F_6) + 16m^2 \omega^4 F_1^3 F_3 F_7 EI\lambda^3] / X_5,$$

$$X_4 = [-128E^3 I^3 \lambda^9 F_1^3 F_7 (1 + \eta^2) + 16m^2 \omega^4 F_1^3 F_3 F_6 F_7 EI\lambda^3 \eta] / X_5,$$

$$X_5 = [16E^2 I^2 \lambda^6 F_1^2 (1 + \eta^2) - 16EI\lambda^3 m\omega^2 (F_6 + F_7) + m^2 \omega^4 (F_6 + F_7)^2] \times [16E^2 I^2 \lambda^6 F_1^2 (1 + \eta^2) - 16EI\lambda^3 m\omega^2 \cdot (F_6 - F_7) + m^2 \omega^4 (F_6 - F_7)^2],$$

F_3 函数由文献[15]确定。

将式(10)和(11)代入式(6),可推导得隔震系统的波传播常数 μ_1 为:

$$\cosh \mu_1 = \frac{m\omega^2 F_3}{2E(1 + i\eta)I\lambda^3 F_7} + \frac{F_6}{F_7} \quad (13)$$

由阻抗的定义^[16]可知:

$$Z_C = F_C / X_C \quad (14)$$

式中 F_C 和 X_C 分别为边界 C 点的力和位移。

由式(12),(13)和(14)推导可得上部房屋结构的点阻抗为:

$$Z_D = \frac{\sinh(N\mu_1)}{\alpha_{Irl} \sinh \mu_1 \cosh(N\mu_1)} \quad (15)$$

式中 N 为房屋结构的层数。

如果将上部结构简化为单自由度体系,则上部结构的阻抗为:

$$Z_D = -M\omega^2 \quad (16)$$

式中 M 为上部结构的质量, $M = Nm + N\rho_1 A_1 L$ 。

此时,上部结构的导纳为:

$$\alpha_D = 1/Z_D \quad (17)$$

将上部结构导纳(17)代入式(9),可以推导得到基础隔震结构中叠层橡胶隔震支座的频率特征方程:

$$\begin{aligned} & (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{BA}\alpha_{AB} + \alpha_{AA}\alpha_{wt} - \alpha_{BB}\alpha_{wt} - \\ & \alpha_{wt}^2)\alpha_{wr}^2 \cdot \frac{\alpha_{wr} - 1/Z_D}{\alpha_{wt} - 1/Z_D} \cdot \frac{\alpha_{wt}}{\alpha_{wr}} \cdot e^{(n-2j+1)\mu} + \\ & (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{AB}\alpha_{BA} + \alpha_{AA}\alpha_{wr} - \\ & \alpha_{BB}\alpha_{wr} - \alpha_{wt}\alpha_{wr})\alpha_{wr}\alpha_{wt}e^{-(n-1)\mu} = \\ & (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{BA}\alpha_{AB} + \alpha_{AA}\alpha_{wr} - \\ & \alpha_{BB}\alpha_{wr} - \alpha_{wt}^2)\alpha_{wt}^2e^{-(n-2j+1)\mu} + \\ & (\alpha_{AA}\alpha_{BB} - \alpha_{AB}\alpha_{BA} + \alpha_{AA}\alpha_{wt} - \\ & \alpha_{BB}\alpha_{wt} - \alpha_{wt}\alpha_{wr})\alpha_{wr}\alpha_{wt} \cdot \frac{\alpha_{wr} - 1/Z_D}{\alpha_{wt} - 1/Z_D} \cdot \frac{\alpha_{wt}}{\alpha_{wr}} \cdot e^{(n-1)\mu} \end{aligned} \quad (18)$$

2 叠层橡胶支座基于频率的损伤识别

2.1 含单损伤单元的叠层橡胶隔震支座频率敏感度系数

根据敏感度的定义^[17],第 p 阶自振频率对第 j 单元损伤的敏感度系数 $S_{p,j}$ ($j=1,2,\dots,n$) 为:

$$S_{p,j} = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\partial [(\omega - \omega^u)/\omega^u]}{\partial \xi} = \frac{1}{\omega^u} \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\partial \omega}{\partial (\Delta \xi)} \quad (19)$$

式中 ω^u 为健康状态下各阶固有频率值; $\Delta \xi =$

$\Delta G/G$ 为损伤单元损伤前后的剪切模量变化率;

$\lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\partial \omega}{\partial (\Delta \xi)}$ 的计算是通过式(18)求解 ω 对 $\Delta \xi$ 的偏

导,再令 $\partial \xi = 0$ 来实现,此时 ω 变为 ω^u 。而 ω^u 可通过将叠层橡胶隔震支座的几何物理参数代入式(18)求解超越方程得到。

为方便本文验证,叠层橡胶隔震支座参数参考文献[11]。假设周期单元总数 $n=10$,给定一组几何物理参数如下:橡胶层的剪切模量为 $G = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$,橡胶密度为 $\rho_2 = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,橡胶层的半径为 120 mm , $d = 1 \text{ cm}$,钢板与橡胶的质量比 $\varphi = 5$ 。

表1为计算得到的叠层橡胶隔震支座未损伤时的前5阶频率。将 $n=10$ 及表1中各阶值分别代入式(19),可得单元总数为10的周期叠层橡胶隔震支座前5阶自振频率 ω^u 对各周期单元整体刚度的敏感度系数如图4所示。

表1 健康叠层橡胶隔震支座前5阶频率值

Tab. 1 The first 5 order frequency values of healthy laminated rubber isolation bearings

p	ω^u/Hz
1	202.64
2	604.44
3	995.62
4	1368.63
5	1715.30

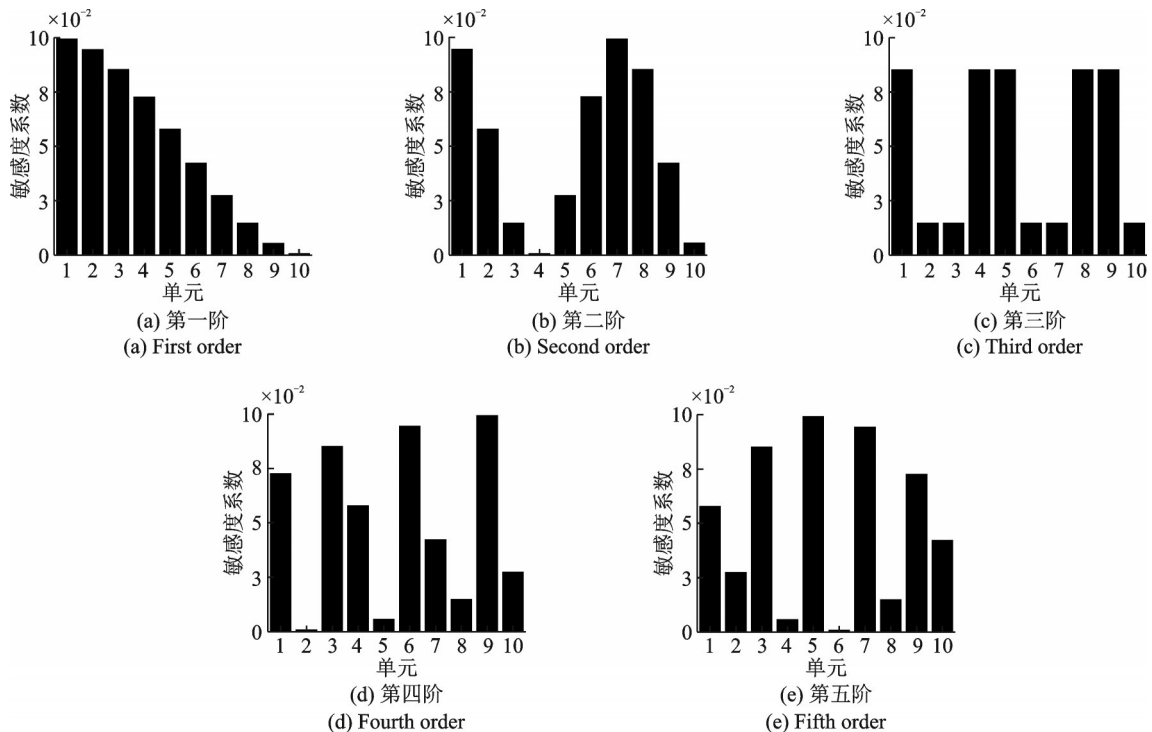


图4 叠层橡胶隔震支座各阶频率敏感度系数

Fig. 4 Frequency sensitivity coefficients of laminated rubber bearings

从图4可以清楚地看出,同一阶固有频率对不同单元的灵敏度系数不同,每一阶固有频率都有自己最敏感的单元(最高一列)。故可以通过各单元对损伤的敏感度初步了解易发生损伤的单元。

2.2 含多损伤单元的叠层橡胶隔震支座频率敏感度系数

在多单元损伤的情况下,任意阶自振频率变化可近似为单损伤引起自振频率变化的线性叠加,若忽略高次项,则由损伤所引起的自振频率的总变化率为单损伤引起频率变化的线性叠加^[17]。则损伤引起的频率总变化率为:

$$\begin{cases} \delta\omega_1 = \frac{\partial\omega_1}{\partial\xi_1}\delta\xi_1 + \frac{\partial\omega_1}{\partial\xi_2}\delta\xi_2 + \dots + \frac{\partial\omega_1}{\partial\xi_n}\delta\xi_n \\ \vdots \\ \delta\omega_p = \frac{\partial\omega_p}{\partial\xi_1}\delta\xi_1 + \frac{\partial\omega_p}{\partial\xi_2}\delta\xi_2 + \dots + \frac{\partial\omega_p}{\partial\xi_n}\delta\xi_n \end{cases} \quad (20)$$

式(20)可写为 $\delta\omega = S\delta\xi$,其中, $\delta\omega = [\delta\omega_1, \dots, \delta\omega_p]^T$; S 为敏感系数矩阵; $\delta\xi = [\delta\xi_1, \dots, \delta\xi_n]^T$ 。通常测量获得的结构自振频率阶数要少于周期结构单元总数(即 $p < n$),这会导致式(20)中的敏感性识别方程组欠定,造成求解结果不唯一。为此,考虑到损伤不可能引起刚度增加,将本文叠层橡胶隔震支座结构的损伤识别问题转化成如下的非负最小二乘曲线拟合问题:

$$\min_{\{\delta\xi\}} \frac{1}{2} \|S\delta\xi - \delta\omega\|^2 \text{ such that } \delta\xi \geq 0 \quad (21)$$

通过数值优化算法^[18]求解方程(21),可以得到周期性结构的损伤识别结果。

2.3 基于频率的叠层橡胶支座的损伤识别

2.3.1 单独叠层橡胶支座的损伤识别

对于具有周期性的叠层橡胶隔震支座结构,通过结构损伤前后自振频率的变化率可以初步预测结构损伤的位置。根据上面推导出的叠层橡胶支座敏感系数公式(19),推导出其敏感方程用以识别结构的具体损伤位置和损伤程度。

对于2.2节描述的叠层橡胶支座模型,假设考虑了3种损伤情况,包括单一损伤和多损伤情况。各工况的具体损伤部位及损伤程度如表2所示。

根据文献[17,19],利用特征波导纳法的敏感性方程进行损伤识别时,需要的频率阶数为周期结构单元数的一半,因此,利用图4中得到的敏感性矩阵的前5阶,逐阶代入公式(21)中,并采用非负最小二乘曲线拟合数值优化算法,即可得到3种损伤工况对应的损伤识别结果,如图5所示。

从图5中3种损伤情况的损伤识别结果可以看

表2 叠层橡胶隔震支座模型损伤工况

Tab.2 Damage conditions of the laminated rubber bearing model

工况	损伤部位(单元号)	损伤程度/%
工况 1	1	20
工况 2	1,8	15,20
工况 3	1,8,9	15,20,15

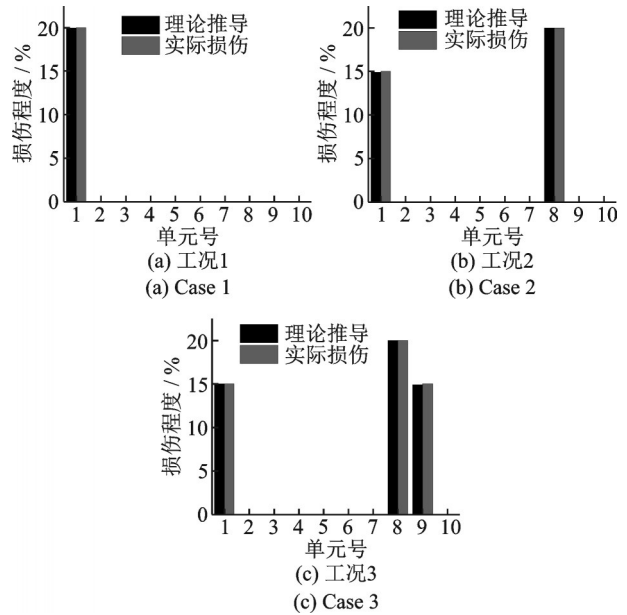


图5 各工况叠层橡胶隔震支座损伤识别结果

Fig.5 Damage identification results of laminated rubber isolation bearings

出,所有的识别误差都在5%以内,因此本文提出的基于频率的周期结构损伤识别方法可以准确地识别损伤位置和损伤程度。

2.3.2 考虑上部结构影响的叠层橡胶隔震支座的损伤识别

考虑两种工况:上部结构简化为单自由度结构和多自由度结构。当上部建筑模型简化为单自由度时,假设上部建筑为集中质量,上部建筑的阻抗按式(15)计算;当上部结构为多自由度时,假设上部结构参数如下:柱截面面积 $A_1 = 4.2 \times 10^5 \text{ m}^2$,截面惯性矩 $I = 0.3455 \text{ m}^4$,弹性模量 $E = 2.6 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$,材料密度 $\rho_1 = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,每层柱高度 $L = 3 \text{ m}$,每层集中质量 $m = 4.2 \times 10^5 \text{ kg}$ 。上部结构层数为8层,假设建筑物下安装36个叠层橡胶基础隔震支座,此时上部结构的阻抗同样按式(15)计算。根据2.2节描述的方法,对基础隔震结构中的叠层橡胶支座进行灵敏度分析,计算得到单元总数为10的周期叠层橡胶隔震支座未损伤时的前5阶频率如表3所示,前5阶自振频率对各单元整体刚度的敏感系数折线图如图6所示。

从图6可以看出,每一阶固有频率都有自己的

表 3 考虑简化模型的叠层橡胶隔震支座前 5 阶频率值

Tab.3 The first 5 order frequency values of laminated rubber isolation bearing considering the simplified model

p	ω^p/Hz	
	单自由度结构	多自由度结构
1	184.37	185.39
2	550.11	550.11
3	907.93	907.93
4	1252.27	1252.27
5	1577.13	1577.13

最灵敏单元,对应于图 6 中的最高点,每一阶固有频率的最灵敏单元具有对称性。同时,随着频率阶数的增加,各阶固有频率最敏感的单元会逐渐从中间单元向两端单元移动。从图 6 中两种工况的敏度系数比较可以看出,上部结构的简化方法不会影响叠层橡胶隔震支座周期系统的特性。叠层橡胶隔震支座的特性仅受两端约束条件和上部结构具体传递的阻抗大小的影响。

基于以上分析,此处仅给出上部结构为多自由度结构时的支座损伤识别结果。叠层橡胶隔震支座模型的损伤假设考虑了 3 种损伤工况,各工况的识别结果如表 4 所示。

使用图 6 中的前 5 阶灵敏度系数,并将其代入方程式(21)逐步采用非负最小二乘曲线拟合数值优化算法得到 3 种损伤条件对应的损伤识别结果,如图 7 所示。

从图 7 中 3 种损伤工况的损伤识别结果可以看

表 4 上部结构为多自由度的损伤工况

Tab.4 The damage cases of superstructure simplified to multi-degrees of freedom

工况	损伤部位(单元号)	损伤程度/%
工况 1	1	20
工况 2	10	20
工况 3	4,10	25,20

出,理论推导值与实际损伤基本一致,几乎不存在误差。证实本文所提方法能对单损伤和多损伤叠层橡胶隔震支座周期结构的损伤位置和损伤程度进行较为精确的识别。使用 MATLAB 的 format long 命令提高计算精度(精确到小数点后 8 位),同时在使用非负最小二乘曲线拟合方法时采用 optimset 命令调整计算时的迭代次数,有效解决了损伤位置对称性的问题。

3 有限元数值模拟验证

3.1 叠层橡胶隔震支座数值模拟模型

使用有限元软件 ABAQUS 6.14,建立上述叠层橡胶隔震支座的仿真模型。考虑如图 8 所示的单元个数为 10 的叠层橡胶隔震支座模型,通过降低某基本周期单元中橡胶的弹性模量来模拟该单元橡胶剪切模量的升高,即损伤。为方便与第 2 节理论推导值进行对比,数值仿真同样采用第 2 节中的参数。假定该叠层橡胶隔震支座模型为圆形截面,钢板与橡胶的半径均为 400 mm、高均为 10 mm。基本周期

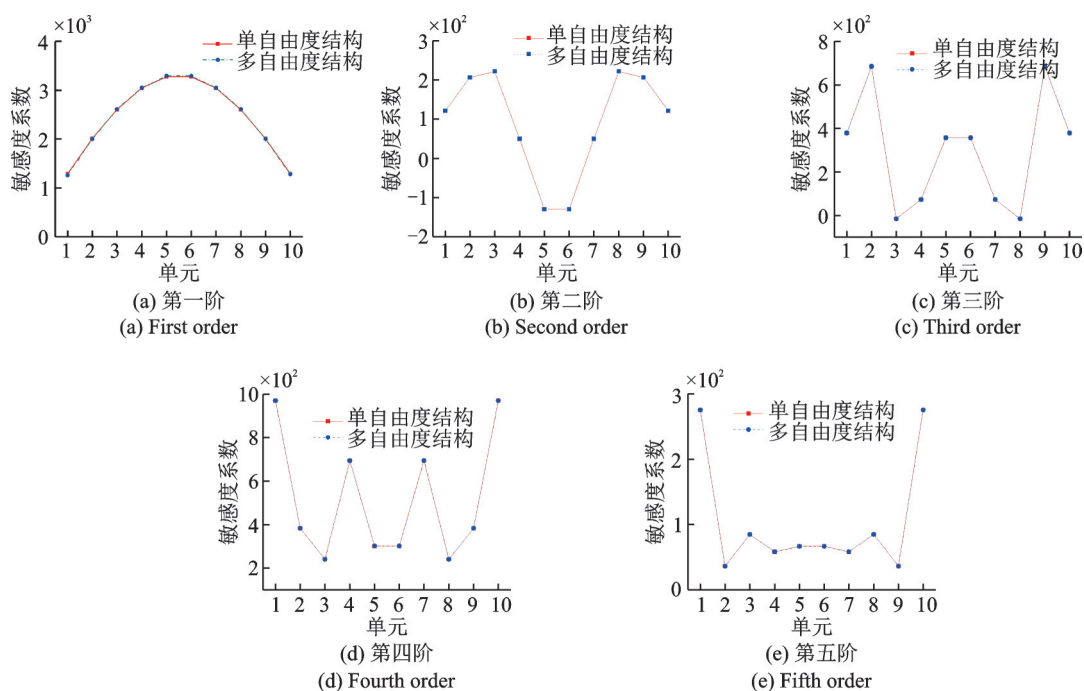


图 6 考虑上部结构的叠层橡胶隔震支座各阶频率的敏感度系数

Fig. 6 The frequency sensitivity coefficients of the bearing when considering the superstructure

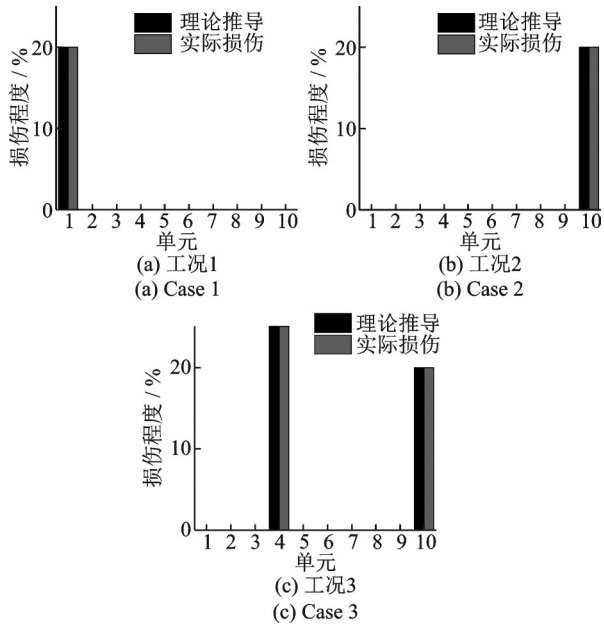


图7 上部结构为多自由度时各工况下叠层橡胶隔震支座的损伤识别结果

Fig. 7 Damage identification results with multi-degrees-of-freedom superstructure

单元按计算模型进行简化,且记固定端为第1号周期单元。钢板的密度为 $7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,泊松比为0.3,弹性模量为 $2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$,橡胶按超弹性材料属性建立。

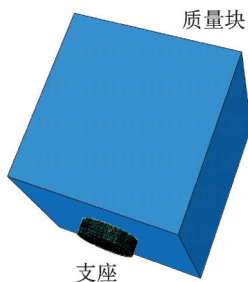


图8 叠层橡胶支座仿真模型

Fig. 8 Simulation model of laminated rubber bearing

如图8所示,支座底部为固定约束,上部单自由度质量块为自由状态,质量块的质量参数由 $M = Nm + N\rho_1 A_1 L$ 求得。底部支座划分单元格时划分得细密,更好地模拟支座的特性,总节点数为1335600,单元格数为860000。

理论上,结构中的10个周期单元都有可能存在损伤,而通常测得的自振频率阶数少于单元总数,本文仅利用前5阶自振频率来实现叠层橡胶隔震支座的损伤识别。其中单元总数为10的周期结构敏感度系数计算方法已经在第2节中给出。

本文考虑了三种损伤工况,包括单损伤、双损伤和多损伤工况,如表5所示。

表5 叠层橡胶支座模型损伤工况

Tab. 5 Damage conditions of laminated rubber bearing model

工况	损伤部位(单元号)	损伤程度/%
工况 1	10	10
工况 2	2,8	10,20
工况 3	2,4,8	15,10,20

3.2 叠层橡胶隔震支座数值分析与损伤识别

3种损伤工况对应的前5阶频率值的变化情况如表6所示。

表6 叠层橡胶支座仿真模型工况前5阶频率变化

Tab. 6 The first 5 order frequency change of each working condition of the laminated rubber bearing simulation model

工况	方法	频率变化/%				
		1阶	2阶	3阶	4阶	5阶
工况 1	数值计算	0.012	0.31	3.10	0.37	0.37
	理论推导	0.012	0.31	3.00	0.33	0.34
工况 2	数值计算	0.02	0.22	0.66	0.35	0.34
	理论推导	0.02	0.22	0.69	0.38	0.36
工况 3	数值计算	0.07	0.56	0.48	1.83	5.20
	理论推导	0.07	0.62	0.52	1.94	5.83

从表6中数值模拟和理论推导得出的叠层橡胶支座损伤前后的前5阶频率差可以看出,85%的数值模拟和理论推导的误差小于5%,个别数据误差不超过10%,验证了数值模拟建模的正确性和合理性。

图9为叠层橡胶隔震支座基于频率的损伤识别的仿真结果与理论推导结果的对比。

从图9中3种损伤工况的损伤识别结果对比图可以看出:对于预设的3种损伤工况,无论是单损

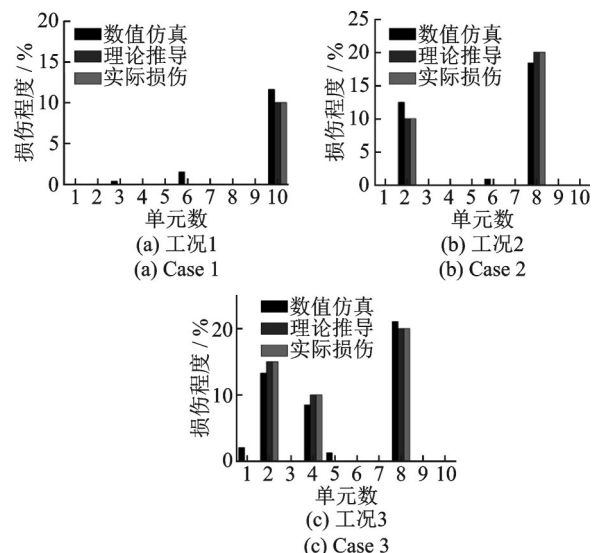


图9 损伤识别结果对比

Fig. 9 Comparison of damage identification results

伤、双损伤还是三损伤,本文所提的基于频率的叠层橡胶支座损伤识别方法均能对其损伤位置及损伤程度进行较为准确的识别。其中,工况1的数值仿真识别结果显示损伤位置在第10号周期单元,损伤程度为11.58%,与实际设置的损伤程度10%相比,高估了该单元的损伤程度,但相对误差较小,为1.58%。该工况数值模拟识别也存在误判,误将第3号和6号周期单元识别为损伤位置,但误判单元的损伤程度较小,仅为1.5%左右。工况2的数值仿真识别结果显示其损伤位置有两个:第2号周期单元损伤程度为12.45%;第8号周期单元损伤程度为18.4%,与实际在这两个损伤位置设置的损伤程度10%与20%相比,识别结果高估了第2号周期单元的损伤程度,相对误差为2.45%,同时低估了第8号周期单元的损伤程度,相对误差为1.6%。另外,该工况数值模拟识别的误判损伤单元为6号周期单元,误判的损伤程度为0.9%,相对误差较小。工况3的数值仿真识别结果显示其损伤位置有三个:第2号周期单元损伤程度为13.3%;第4号周期单元损伤程度为8.5%,与实际损伤程度15%和10%相比,都低估了其损伤程度,相对误差在1.5%以内,比较精确;第8号周期单元损伤程度为21.1%,与实际损伤程度20%相比,识别结果高估了第8号周期单元的损伤程度,相对误差为1.1%,精确度较高。

从上述3种损伤工况的损伤识别结果对比图及其结果分析可以看出,尽管部分工况的识别结果存在损伤位置误判的情况,但由于识别出的误判损伤位置的损伤程度相对较小,不影响对最终损伤位置的判定,理论推导结果更是与实际损伤无明显误差。因此,采用本文所提基于频率的周期结构损伤识别方法识别叠层橡胶隔震支座结构时,能够较准确地识别出损伤位置和损伤程度。

4 结 论

本文提出了一种基于自振频率的叠层橡胶隔震支座的损伤识别方法。研究了周期单元总数为10的含单损伤及多损伤单元的有限周期系统,推导得到了该周期系统的频率特征方程。再结合敏感度方程,基于周期叠层橡胶支座的自振频率,提出了能够识别该支座的损伤识别公式,实现了对周期叠层橡胶支座损伤位置以及损伤程度的准确识别。创新性地引入了上部结构的简化模型,使计算模型更加符合工程实际。对比了将上部结构计算模型简化为单自由度集中质量以及8层建筑结构两种工况下的叠层橡胶隔震支座各阶频率敏感度

系数,发现了上部结构的简化方法并不会影响叠层橡胶隔震支座周期系统本身特性,叠层橡胶隔震支座的结构特性仅受两端的约束条件以及上部结构具体传递的阻抗大小的影响。分析发现,使用提高计算精度同时调整计算时的迭代次数的非负最小二乘曲线拟合数值优化算法,可以有效解决损伤位置对称性的问题。数值仿真损伤识别结果进一步证实了本文方法能够比较准确识别出周期结构的损伤位置与损伤程度。

参考文献:

- [1] Choun Youngsun, Park Junhee, Choi Inkil. Effects of mechanical property variability in lead rubber bearings on the response of seismic isolation system for different ground motions[J]. Nuclear Engineering and Technology, 2014, 46(5): 605-618.
- [2] 尹涛, 尹孟林, 贾晓健. 有限长周期支撑结构贝叶斯概率损伤识别研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(1): 91-101.
Yin Tao, Yin Menglin, Jia Xiaojian. Bayesian probabilistic damage detection in a laboratory periodically-supported structure of finite-length[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(1): 91-101.
- [3] Yang Xiongjun, Su Han, Liu Lijun, et al. Identification of the nonlinear characteristics of rubber bearings in model-free base-isolated buildings using partial measurements of seismic responses[J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2020, 39(3): 690-703.
- [4] Baz A. Active control of periodic structures[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2001, 123(4): 472-479.
- [5] Chang C H. Modeling of laminated rubber bearings using an analytical stiffness matrix[J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(24): 6055-6078.
- [6] Ding L, Zhu H P, Wu L. Analysis of mechanical properties of laminated rubber bearings based on transfer matrix method[J]. Composite Structures, 2017, 159: 390-396.
- [7] Dewolf J T, Zhao J. Sensitivity study for vibrational parameters used in damage detection[J]. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(4): 410-416.
- [8] Cawley P, Adams R D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies[J]. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 1979, 14(2): 49-57.
- [9] Chang K C, Kim C W. Modal-parameter identification and vibration-based damage detection of a damaged steel truss bridge[J]. Engineering Structures, 2016, 122: 156-173.

- [10] Casciati F, Faravelli L. Experimental investigation on the aging of the base isolator elastomeric component[J]. *Acta Mechanica*, 2012, 223: 1633-1643.
- [11] Weisman J, Warn G P. Stability of elastomeric and lead rubber seismic isolation bearings[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2012, 138(2): 214-222.
- [12] Mead D J. Free wave propagation in periodically supported, infinite beams[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1970, 11(2): 181-197.
- [13] Mead D J. Wave propagation and natural modes in periodic systems: I. mono-coupled systems[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, 40(1): 1-18.
- [14] 朱宏平, 唐家祥. 叠层橡胶隔震支座的振动传递特性[J]. *工程力学*, 1995, 12(4), 109-114.
Zhu Hongping, Tang Jiayang. Vibrational transmission characteristics of laminated rubber bearing[J]. *Engineering Mechanics*, 1995, 12(4), 109-114.
- [15] Chang C H. Modeling of laminated rubber bearings using an analytical stiffness matrix[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39(24): 6055-6078.
- [16] Ohlrich M. Forced vibration and wave propagation in mono-coupled periodic structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 107(3): 411-434.
- [17] 尹涛, 尹孟林. 基于特征波导纳法和敏感性分析的大型周期支撑结构损伤识别[J]. *振动与冲击*, 2017, 36(22): 93-99.
YIN Tao, YIN Menglin. Damage detection in large periodically-supported structures based on the characteristic receptance method and the sensitivity-based approach[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(22): 93-99.
- [18] Yin Qiang, Zhou Li, Wang Xinming. Parameter identification of hysteretic model of rubber-bearing based on sequential nonlinear least-square estimation[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2010, 9(3): 375-383.
- [19] Zhu H, Wu M. The characteristic receptance method for damage detection in large mono-coupled periodic structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 251(2): 241-259.

Frequency based damage identification of laminated rubber isolation bearing

WU Qiao-yun^{1,2}, WANG Hong-wei², FENG Hai², HUANG Ying-hong³,
JING Guo-qiang¹, DING Lan⁴

(1.State Key Laboratory for Health and Safety of Bridge Structures, Wuhan 430034, China;

2.School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430073, China;

3.China Power Construction Engineering Consulting Central Southern Co., Ltd., Wuhan 430071, China;

4.Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: A damage identification method of laminated rubber bearing based on its natural frequency is proposed in this paper. Through the periodic structural characteristics of laminated rubber bearings and the characteristic waveguide nano method of the periodic structure, the relationship between the natural frequency and the change of overall shear modulus of the basic periodic unit is deduced, and the sensitivity identification equations of the rate of natural frequency change to unit damage is established. The identification equation set is solved by the constrained optimization method. The damage identification of the laminated rubber isolation bearing based on the change of natural frequency is therefore realized. The example of the calculation model considers the influence of the upper structure on the rubber bearing at the bottom layer, which makes the calculation model more in line with practical engineering. The effectiveness and accuracy of the damage identification method proposed in this paper is verified by the three-dimensional finite element numerical simulation analysis.

Key words: damage identification; laminated rubber bearing; sensitivity analysis; periodic structure; natural frequency

作者简介: 吴巧云(1985—),女,博士,教授。E-mail:wuqiaoyun@wit.edu.cn。

通讯作者: 丁 兰(1985—),女,博士,副教授。E-mail:hyhwqy@163.com。