

# 融合响应先验信息和加权字典的移动荷载识别

余 岭, 雷远东, 侯支龙

(暨南大学力学与建筑工程学院重大工程灾害与控制教育部重点实验室, 广东 广州 510632)

**摘要:** 稀疏正则化方法已被证明能够有效解决移动荷载识别(MFI)中的不适定性问题。然而, 现有研究往往忽略了移动荷载中静态与动态分量之间的差异, 导致识别精度受限。为此, 提出了一种融合响应先验信息和加权字典的移动荷载识别方法。建立了车桥系统中车致桥梁响应与移动车载之间的线性关系。分别对弯矩和加速度响应开展频域分析, 将获得的频率先验信息分别用于构建与静态和动态荷载分量相匹配的加权字典。利用该加权字典, 采用 ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers) 分别求解移动荷载中的静态和动态分量。通过实桥数值案例证明了所提方法的有效性, 并在实验室开展了一系列 MFI 实验验证。结果表明, 融合响应先验信息和加权字典能够有效提升荷载识别精度, 并增强其对噪声的鲁棒性。

**关键词:** 移动荷载识别; 桥梁健康监测; 响应先验信息; 加权字典; 稀疏正则化

**中图分类号:** U441<sup>+</sup>. 2; TU311. 3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)10-1660-09

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.10.003

## 引 言

移动车辆荷载(MVL)是桥梁全生命周期的主要活荷载之一。如果桥梁上的MVL超过安全范围, 可能引发桥梁疲劳劣化和结构损伤的逐渐恶化, 甚至导致桥梁的坍塌。因此, 准确地评估作用在桥梁上的MVL对于桥梁健康监测和安全预警至关重要。

在早期阶段, 研究人员主要致力于识别移动车辆的静态轴重<sup>[1]</sup>。然而, 车辆荷载的动力效应会导致更大的桥梁响应, 由其引起的平均桥面损伤量是静态轴重的2~4倍<sup>[2]</sup>。为此, 大量学者、工程师和科学家提出了包含静态和时变分量的MFI方法<sup>[3-6]</sup>。其中以Law等<sup>[5]</sup>提出的时域法(TDM)为典型代表。TDM理论简单、识别精度高, 但在逆问题求解过程中具有较强的不适定性, 对测量噪声较为敏感。

为了解决不适定性问题, 一些正则化方法, 如Tikhonov正则化<sup>[7-9]</sup>、截断广义奇异值分解(TGSVD)<sup>[10-11]</sup>和稀疏正则化<sup>[12-14]</sup>等被引入到MFI领域。稀疏正则化是一种比较新的技术, 其求解的关键在于正则化参数和字典的选择。正则化参数可通过贝叶斯信息准则(BIC)或L曲线方法确定。字典由各种基函数组成, 合适的基函数可以拟合不同形式的移动车载。常见的基函数类型包含正余弦函数<sup>[15]</sup>、B样条函数<sup>[16]</sup>和小波函数<sup>[17]</sup>等。Zhou等<sup>[18]</sup>将移动

荷载用一组离散余弦字典展开, 在不同桥梁模型中实现了单轴和双轴移动荷载的有效识别。Xu等<sup>[19]</sup>利用Haar小波优越的函数逼近能力, 将其构建成冗余字典并用于移动荷载识别。此外, 为了提高字典的逼近性能, Pan等<sup>[20]</sup>提出了一种更适合MVL特征的三角函数和矩形函数组合字典。通过丰富字典中的基函数类型, 可以更准确地捕捉MVL的频率特征。然而, 由于桥梁振动、路面不平度和桥面凹凸等因素的影响, 车-桥耦合系统中真实车载的具体形式未知且复杂<sup>[21]</sup>。如果采用固定的字典形式, 往往不能准确描述MVL, 从而无法充分对其稀疏表达。因此, 迫切需要一种自适应的改进字典, 以适应更复杂的MVL。此外, 由MVL引起的桥梁响应相对容易获得, 其频率信息通常与移动车载的频率特征相关。然而, 以往学者往往对此缺乏考虑, 忽略了桥梁响应中的先验信息。

针对以上问题, 本文提出了一种融合响应先验信息和加权字典的移动荷载识别方法。该方法首先建立桥梁响应与移动荷载之间的线性关系。然后将弯矩和加速度响应分别展开至频域中, 提取与移动荷载静态和动态分量相关的频率信息。进而对字典进行加权, 构造出能够匹配两个荷载分量特征的加权字典。最后, 采用不同的加权字典分别识别移动荷载中的静态和动态分量, 以进一步提升移动荷载的识别精度和噪声鲁棒性。

## 1 基本理论

### 1.1 MFI控制方程

当车辆重量远小于桥梁重量时,车辆可简化为一个作用在桥梁上的移动荷载 $F^{[19]}$ 。桥梁考虑为欧拉-伯努利梁,其抗弯刚度为 $EI$ ,黏性阻尼系数为 $c$ ,线密度为 $\rho$ ,跨度为 $L$ ,如图1所示。

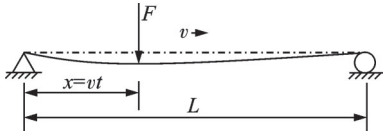


图1 移动荷载作用下的简支梁模型

Fig. 1 Simply supported beam subjected to a moving force

如果车辆以速度 $v$ 在桥上单向匀速行驶,桥梁响应可表示为:

$$b(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L \omega_n} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_0^t \sin[\omega_n(t-\tau)] \cdot \sin \frac{n\pi v\tau}{L} F(\tau) d\tau \quad (1)$$

式中 $\omega_n$ 为桥梁第 $n$ 阶固有频率; $b$ 为桥梁响应。

假设 $F(\tau)$ 在采样间隔 $\Delta t$ 内保持不变,公式(1)可以在时域上离散为:

$$b(x, i\Delta t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho L \omega_n} \sin \frac{n\pi x}{L} \cdot \sum_{j=0}^i \sin[\omega_n \Delta t(i-j)] \sin \frac{n\pi v j \Delta t}{L} F(j\Delta t) \Delta t; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n_F \quad (2)$$

式中 $n$ 为模态振型的阶数; $n_F + 1$ 为采样点总数。式(2)可以表述为矩阵形式,得到桥梁响应与移动荷载之间的线性方程组,也即MFI控制方程:

$$b = HF \quad (3)$$

式中 $H \in \mathfrak{R}^{(n_F+1) \times (n_F+1)}$ 为车-桥模型的系统矩阵; $F \in \mathfrak{R}^{(n_F+1) \times 1}$ 为荷载向量; $b \in \mathfrak{R}^{(n_F+1) \times 1}$ 为测量响应向量。

### 1.2 稀疏正则化

由于逆问题的不稳定性,直接求解方程(3)可能导致识别结果与真实值存在较大差异。稀疏正则化方法已被证明能够有效缓解MFI中的不稳定性<sup>[13]</sup>。然而该方法得到的解具有稀疏性,因此需要对移动荷载进行字典展开:

$$F = \sum_{j=1}^k \alpha_j d_j = D\alpha \quad (4)$$

式中 $d_j$ 为字典中的第 $j$ 列原子; $\alpha_j$ 为第 $j$ 列原子的系数; $k$ 为 $\alpha$ 中的元素个数。当仅采用少量原子即可

表示移动荷载时, $\alpha$ 便具有稀疏性。

将式(4)代入式(3)中,且令 $\varphi = HD$ ,则有:

$$b = \varphi\alpha \quad (5)$$

此时,MFI的L1稀疏正则化解可以定义为<sup>[19]</sup>:

$$\alpha = \arg \min_{\alpha} \{ \|\varphi\alpha - b\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \} \quad (6)$$

式中 $\lambda$ 为非负正则化参数。

ADMM的求解速度快、收敛性能好,所以在优化问题中得到了广泛的应用<sup>[22]</sup>。因此,本研究采用ADMM求解式(6)。正则化参数 $\lambda$ 通过贝叶斯信息准则(BIC)确定。

### 1.3 融合响应先验信息和加权字典的MFI方法

现有的稀疏正则化方法在字典展开时往往忽略了移动荷载中静态和动态分量之间的频率差异,导致识别精度受限。此处,车致桥梁响应与移动荷载间的关系被考虑为是线性的,所以在响应信号中,会包含有移动荷载(车辆)的信息。所以,桥梁响应的频率特征可以在一定程度上表征移动荷载中动静分量间的差异,这些先验信息可以用于构建加权字典,以提高字典与荷载之间的匹配程度。因而本文在响应谱的基础上,提出了一种加权字典的MFI方法。所提方法主要包含两个步骤:(1)基于响应谱构建加权字典;(2)在不同的字典模型中分别识别动、静荷载分量。

#### 1.3.1 加权字典构建

移动荷载可以表示为静态分量与动态分量之和:

$$F = F_{\text{sta}} + F_{\text{dyn}} \quad (7)$$

式中 $F_{\text{sta}}$ 和 $F_{\text{dyn}}$ 分别表示静态和动态分量。

弯矩响应 $m$ 和加速度响应 $a$ 分别以低频和高频振动信息为主,可分别匹配移动荷载中的静态和动态分量,为字典构建提供频率先验信息。

由于车辆与桥梁之间的相互作用力较为复杂,所以采取三角函数来构建字典能更准确地描述移动车辆荷载<sup>[20]</sup>。因此,本文采用三角函数组合来构建未加权字典,用集合 $D$ 来表示:

$$D = [1, d_1, d_2, \dots, d_{2i-1}, d_{2i}, \dots, d_{2q-1}, d_{2q}] \quad (8)$$

$$d_{2i-1} = \cos[2i\pi(t-t_0)] \quad (9)$$

$$d_{2i} = \sin[2i\pi(t-t_0)] \quad (10)$$

式中 $1$ 表示元素均为1的列向量; $d_i$ 为未加权字典 $D$ 中三角函数的第 $i$ 列原子; $t_0$ 为车辆上桥时刻;字典 $D$ 的原子作为“坐标轴”需要满足正交性以保持相互独立,所以原子的频率为正整数; $q$ 为三角函数最高频率,通过下式计算:

$$q = \lceil T \times f_r + 0.5 \rceil \quad (11)$$

式中 $T$ 表示荷载在桥上运动的总时长; $f_r$ 表示所关注的最高荷载频率。

得到桥梁弯矩和加速度响应后,可通过快速傅里叶变换(FFT)从中提取频率信息。桥梁的频域响应可表示为:

$$B=[b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_i \ \cdots \ b_q] \quad (12)$$

式中  $B$  表示桥梁响应在各个频率处的幅值向量; $b_i$  为向量  $B$  中第  $i$  个元素。为了对字典  $D$  进行加权,需要使向量  $B$  的频率分辨率为 1。方法中对响应数据的频率分辨率  $\Delta f$  有一定要求:1 能够被  $\Delta f$  整除。若无法满足 1 能够被  $\Delta f$  整除的条件,则只能选择离整数频率最近的值作为近似,以对应字典中的原子,但这会导致所提方法的精度下降,所以需要尽可能满足频率分辨率的要求。

根据桥梁响应的频率特征信息,加权字典  $D_w$  可表示为:

$$D_w=[1, b_1 d_1, b_1 d_2, \cdots, b_i d_{2i-1}, b_i d_{2i}, \cdots, b_q d_{2q-1}, b_q d_{2q}] \quad (13)$$

式中  $b_1$  为 1 Hz 处的响应信号幅值,与频率为 1 Hz 的原子  $d_1$  和  $d_2$  对应,其余同理。

由弯矩和加速度频率信息可分别得到静载加权字典  $D_w^m$  和动载加权字典  $D_w^a$ 。

### 1.3.2 动静分量识别

首先识别静态分量  $F_{sta}$ ,将  $D_w^m$  代入式(6)得:

$$\alpha_{sta} = \arg \min_{\alpha_{sta}} \{ \|\varphi_{tran}^m \alpha_{sta} - b\|_2^2 + \lambda_{sta} \|\alpha_{sta}\|_1 \} \quad (14)$$

$$\varphi_{tran}^m = HD_w^m \quad (15)$$

式中  $\alpha_{sta}$  为静态分量  $F_{sta}$  对应的稀疏向量。

由字典的构造可知,  $\alpha_{sta}$  中第一个元素  $\alpha_{sta}^1$  对应移动荷载中的零频项,即静态分量  $F_{sta}$ :

$$F_{sta} = \alpha_{sta}^1 \quad (16)$$

其中,  $\alpha_{sta}^1$  的所有元素均为  $\alpha_{sta}^1$ 。

同样,可通过  $D_w^a$  识别动态分量  $F_{dyn}$ :

$$\alpha_{dyn} = \arg \min_{\alpha_{dyn}} \{ \|\varphi_{tran}^a \alpha_{dyn} - b\|_2^2 + \lambda_{dyn} \|\alpha_{dyn}\|_1 \} \quad (17)$$

$$\varphi_{tran}^a = HD_w^a \quad (18)$$

式中  $\alpha_{dyn}$  为动态分量  $F_{dyn}$  对应的稀疏向量。

动态分量  $F_{dyn}$  由下式得到:

$$F_{dyn} = D_w^a \alpha_{dyn} - \alpha_{dyn}^1 \quad (19)$$

其中,  $\alpha_{dyn}^1$  的所有元素均等于  $\alpha_{dyn}$  中的第一个元素  $\alpha_{dyn}^1$ 。

综上所述,所提方法主要求解两个方程,即式(14)及(17)。求出静态分量  $F_{sta}$  和动态分量  $F_{dyn}$  后,相加即可得到移动荷载  $F$ 。所提方法将原有字典进行改进,用加权字典代替原来的固定字典,同时考虑了动态分量与静态分量之间的差异,针对性地分别进行求解,从而提高了荷载识别精度与噪声鲁棒性,且有望提高正则化方法在实际工程中面对复杂环境噪声干扰时的识别效果。图 2 为所提方法流程图。

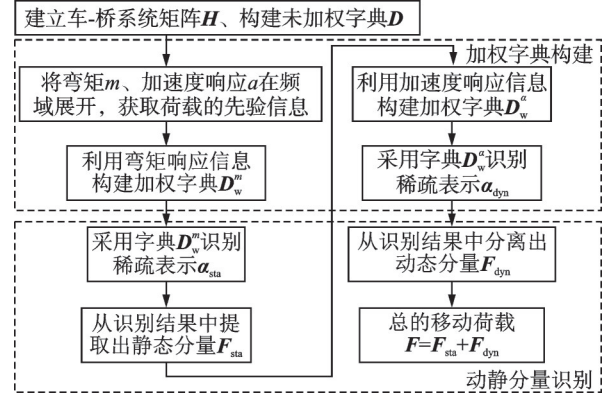


图 2 所提方法流程图

Fig. 2 Flowchart of proposed method

## 2 数值仿真

### 2.1 四室箱梁模型

为了验证所提方法的有效性,考虑一个四室箱梁桥模型,如图 3 所示。该桥全长  $L=70$  m,两端为简支约束,抗弯刚度  $EI=9.7931 \times 10^{12}$  N·m<sup>2</sup>,线密度  $\rho=4145$  kg/m。

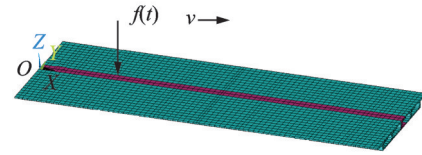


图 3 四室箱梁桥模型

Fig. 3 Model of four-cell box beam

沿桥面中心线作用单轴移动荷载  $f(t)$ ,速度  $v=14$  m/s。移动荷载的时程曲线如下所示:

$$f(t) = 40 [1 + 0.3 \sin(5\pi t) + 0.2 \sin(10\pi t)], 0 \leq t < 5 \text{ s} \quad (20)$$

桥梁有限元模型(FEM)由商用有限元软件 ANSYS19.0 建立。考虑到运算成本和模型复杂度,采用 SOLID185 单元进行建模。桥梁的前三阶固有频率分别为 1.37, 5.384 和 11.82 Hz。

测量响应不可避免地会受到噪声干扰,为了模拟实测响应中的噪声成分,采用如下加噪公式<sup>[20]</sup>:

$$b_n = b + noise_{lev} \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |b_i| \times rand \quad (21)$$

式中  $b_n$  和  $b$  分别表示加噪与不加噪的桥梁响应; $noise_{lev}$  表示噪声水平; $rand$  表示标准正态分布列向量。

将真实移动荷载与识别移动荷载的相对百分比误差(RPE)作为评价指标。同样地,识别静态和动态分量与真实值的 RPE 也作为评价指标,分别定义如下:

$$RPE = \frac{\|F_{iden} - F_{true}\|}{\|F_{true}\|} \times 100\% \quad (22)$$

$$RPE_s = \frac{\|F_{sta}^{iden} - F_{sta}^{true}\|}{\|F_{true}\|} \times 100\% \quad (23)$$

$$RPE_d = \frac{\|F_{dyn}^{iden} - F_{dyn}^{true}\|}{\|F_{true}\|} \times 100\% \quad (24)$$

式中  $\|\cdot\|$  表示 L2 范数;  $F_{sta}^{true}$ ,  $F_{dyn}^{true}$  和  $F_{true}$  分别表示真实的静态分量、动态分量和总荷载;  $F_{sta}^{iden}$ ,  $F_{dyn}^{iden}$  和  $F_{iden}$  分别表示识别的静态分量、动态分量和总荷载。

### 2.2 不同方法对比

为了验证所提的加权字典相比固定字典具有更好的荷载识别精度,将所提方法与 L1 正则化和 L2 正则化进行对比研究。在正问题部分,荷载的计算时间步长为 0.002 s。出于计算效率的考虑,对计算得到的响应数据降采样至 50 Hz。选取桥梁的前三阶振动信息进行荷载识别。其中,50 Hz 的响应采样频率已能够满足计算要求。响应采样时间为 5 s,这也是移动荷载在桥上行驶的总时间。在确定了响应的采样时间及采样频率后,便可得到响应数据的频率分辨率  $\Delta f$  为 0.2 Hz。将响应数据在频域展开,每间隔四个数据点进行重采样,可得到频率分辨率为 1 Hz 的向量  $B$ 。根据所选的荷载,感兴趣的频率  $f$  选为 25 Hz 即可满足计算要求。测量响应组合为  $\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}a$ 。其中,“ $\frac{1}{2}$ ”和“ $\frac{3}{4}$ ”分别表示测点位置位于桥梁的  $\frac{1}{2}$  跨和  $\frac{3}{4}$  跨,“ $a$ ”和“ $m$ ”分别表示加速度和弯矩响应。

三种方法识别得到的移动荷载结果如表 1 所示。在总荷载识别方面,所提方法的识别精度和噪声鲁棒性远优于其他两种方法。在三种噪声水平下,所提方法对总荷载的  $RPE$  值分别为 0.91%, 1.19% 和 1.85%, 相较 L1 正则化的 2.50%, 3.76% 和 6.93%, 均有明显提升。L2 正则化由于不能产生稀疏解,识别结果相对最差。

对于动静荷载分量的识别,所提方法同样表现出更好的识别效果。虽然 L1 正则化和 L2 正则化分别对动态和静态分量具有良好的识别性能,但从表 1 中可以看出,所提方法的识别精度相较于 L1 正则化和 L2 正则化有着进一步提升。即使在 20% 高噪声水平下,所提方法的动、静荷载  $RPE$  也均在 1.7% 以下。同时可以发现,在不同噪声水平下,所提方法中的正则化参数  $\lambda_2$  总大于  $\lambda_1$ 。这表明在识别动态分量时,需要更大的正则化参数来抑制高频噪声,而传统的 L1 和 L2 正则化未考虑这种差异。

图 4 为所提方法在三种噪声水平下的荷载识别结果。可以看出,无论是静态分量还是动态分量,均

表 1 不同方法识别结果对比

Tab. 1 Comparison of identification results by different methods

方法	噪声水平	正则化参数	相对百分比误差( $RPE$ )/%		
			静态分量	动态分量	总荷载
$\lambda$					
L1 正则化	10%	$1.833 \times 10^{-8}$	2.41	0.92	2.50
	15%	$2.738 \times 10^{-8}$	3.62	1.23	3.76
	20%	$4.840 \times 10^{-8}$	6.71	1.89	6.93
$\lambda$					
L2 正则化	10%	$4.949 \times 10^{-21}$	0.82	5.04	5.12
	15%	$1.643 \times 10^{-20}$	1.23	7.57	7.69
	20%	$4.900 \times 10^{-21}$	1.64	10.10	10.25
$\lambda_1/\lambda_2$					
所提方法	10%	$1.349 \times 10^{-10}$ / $3.071 \times 10^{-10}$	0.38	0.84	0.91
	15%	$3.710 \times 10^{-10}$ / $4.475 \times 10^{-10}$	0.54	1.04	1.19
	20%	$5.450 \times 10^{-10}$ / $6.718 \times 10^{-10}$	0.84	1.67	1.85

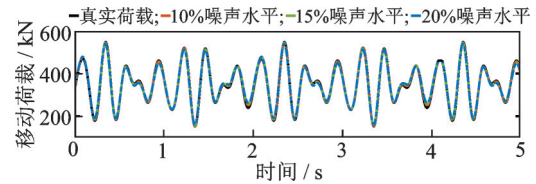


图 4 所提方法在不同噪声下的识别结果

Fig. 4 Identification results of proposed method under different noise levels

能较好地匹配真实荷载,这进一步表明了该方法具有很高的识别精度以及很强的噪声鲁棒性。

### 2.3 不同响应采样频率的影响

由于响应采样频率的变化会影响移动荷载的识别结果,因此有必要对该参数进行深入研究。表 2 列出了三种响应采样频率下的移动荷载识别结果。这里,噪声水平为 20%, 响应组合为  $\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}a$ , 均只考虑桥梁前三阶的模态信息(第三阶固有频率为 11.82 Hz)。可以看到,随着采样频率的增大,总荷载以及动静荷载分量的  $RPE$  值均逐渐减小。当采样频率设置为 250 Hz 时,三种荷载识别结果的  $RPE$  值均达到最小,且不超过 0.57%。但需要注意的是,采样频率的增大同样会带来计算成本的增加。因此,最佳的采样频率需要根据硬件环境和计算成本进行选择。当采样频率设置为 50 Hz 时,三种荷载的  $RPE$  值也均不超过 1.85%, 这在实际应用中是可以接受的。显然,即使在采样频率较低的情况下,所提方法的移动荷载识别精度仍然保持在较高水平。这表明在实际应用中选择所提方法能够在保证识别精度的同时减少计算成本。

表 2 所提方法在不同采样频率下的识别结果

Tab. 2 Identification results of proposed method at different sampling frequencies

采样频率/ Hz	相对百分比误差 (RPE)/%		
	静态分量	动态分量	总荷载
50	0.84	1.67	1.85
100	0.31	1.40	1.42
250	0.27	0.50	0.57

## 2.4 不同响应组合的影响

同样考虑 20% 噪声水平,不同响应组合的移动荷载识别结果如表 3 所示。从静态分量的识别结果可以看出,所有响应组合的 RPE 值均低于 0.90%,保持较高的识别精度。相较于只有弯矩的响应组合,添加一个加速度响应后,动态分量和总荷载的 RPE 值均得到减小。这表明,响应组合中的加速度响应可以引入高频振动信息,提高动态分量与总荷载的识别精度。进一步添加弯矩响应,如  $\frac{1}{2}m$  与  $\frac{3}{4}m$  和  $\frac{1}{2}a$  和  $\frac{1}{2}m$  与  $\frac{3}{4}m$  与  $\frac{3}{4}a$ ,静态、动态分量和总荷载的识别精度均达到较高水平。因而,建议在应用所提方法时,采用这两个响应组合进行移动荷载识别。

表 3 所提方法在不同响应组合下的识别结果

Tab. 3 Identification results of proposed method under different response combinations

响应组合	相对百分比误差 (RPE)/%		
	静态分量	动态分量	总荷载
$\frac{1}{2}m$	0.70	2.97	3.05
$\frac{3}{4}m$	0.74	2.87	2.96
$\frac{1}{2}m$ & $\frac{1}{2}a$	0.90	1.41	1.63
$\frac{3}{4}m$ & $\frac{1}{2}a$	0.86	1.54	1.74
$\frac{3}{4}m$ & $\frac{3}{4}a$	0.80	1.59	1.76
$\frac{1}{2}m$ & $\frac{3}{4}a$	0.84	1.67	1.85
$\frac{1}{2}m$ & $\frac{3}{4}m$ & $\frac{1}{2}a$	0.73	1.40	1.55
$\frac{1}{2}m$ & $\frac{3}{4}m$ & $\frac{3}{4}a$	0.67	1.44	1.57

## 2.5 系统模态阶数对结果的影响

系统模态阶数的不同会对移动荷载的识别结果产生一定影响,因此有必要对该参数进行研究。表 4 列出了不同的模态阶数下,荷载识别结果的相对百分比误差,噪声水平为 20%,荷载组合选取为  $\frac{1}{2}m$  与  $\frac{3}{4}a$ ,荷载的计算时间步长同样为 0.002 s。需要说明的是,为便于比较不同模态阶数下的识别结果,该小

节将响应数据均降采样至 250 Hz,以包含桥梁前 10 阶(第 10 阶频率为 116.72 Hz)的振动信息,且在降采样过程中未采用数字滤波。从表 4 中可以看到,当模态阶数增加时,识别精度会有一定程度的提高,但精度提升幅度较小。而随着模态阶数的增加,计算量也会随之增加,所以在选择系统模态阶数时,为了平衡精度与计算效率,取前三阶已能满足要求。

表 4 不同模态阶数下的识别结果

Tab. 4 Identification results under different modal orders

模态阶数	RPE(总荷载)/%	模态阶数	RPE(总荷载)/%
3	0.573	7	0.559
4	0.572	8	0.557
5	0.572	9	0.546
6	0.568	10	0.541

## 3 实验验证

### 3.1 实验设置

在实验室搭建了空心方管梁跑车实验平台,如图 5(a)所示。

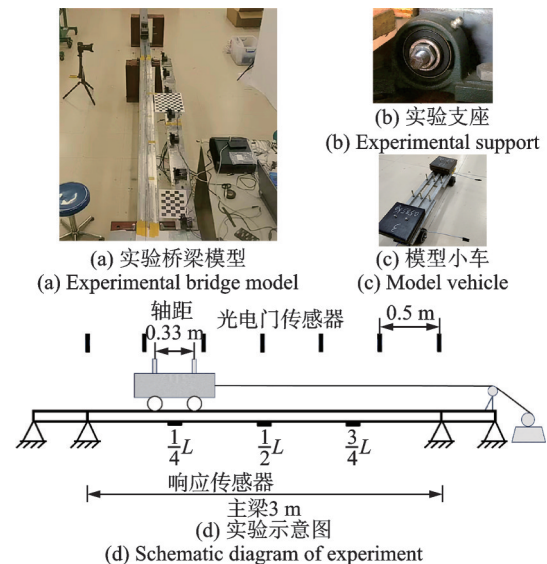


图 5 实验室整体设备

Fig. 5 Overall laboratory equipment

为保证模型车在主梁上匀速行驶,在主梁前后端分别布置引导梁,以提供加速区和减速区。此外,沿主梁中心线粘贴铝制 U 形导轨,以确保模型车沿预定的直线行驶。主梁的跨度为  $L=3$  m,横截面尺寸为 150 mm 宽、50 mm 高和 2 mm 厚。支撑方式采用铰接支撑,如图 5(b)所示。图 5(c)为实验采用的两轴模型车,轴距为 33 mm;图 5(d)为实验装置示意图,沿主梁一侧均匀布置了 7 个光电门传感器,用于测量模型车在主梁上行驶的速度。在主梁的  $\frac{1}{4}L$ ,  $\frac{1}{2}L$  和  $\frac{3}{4}L$  分别布置应变和加速度测点,动态响应由西门子 LMS 系统采集。

### 3.2 FEM 修正

实验梁 FEM 的单元划分及两端约束如图 6 所示。由于移动荷载与实测响应之间的系统矩阵,是通过有限元法建立起来的,所以有限元模型与实验梁的动态特性吻合程度越高,移动荷载与实测响应之间的系统矩阵映射关系就越准确,越有利于提高荷载识别的准确性。为了使 FEM 更贴近实验梁的特性,通过灵敏度方法对 FEM 进行修正。修正的参数包含线密度、抗弯刚度和支座刚度。修正后有限元模型(uFEM)的线密度和抗弯刚度分别为 6.67 kg/m 和  $7.3607 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 。竖向弹簧的刚度系数为  $k_h = 6.4125 \times 10^{11} \text{ N/m}$ ,扭转弹簧的刚度系数为  $k_t = 1.6230 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$ ,两端的弹簧参数保持相同。表 5 为 uFEM 和实验梁的前三阶固有频率对比,可以看到,uFEM 和实验梁的前三阶频率吻合较好,最大的 RPE 为 1.23%,表明 uFEM 是适用的。

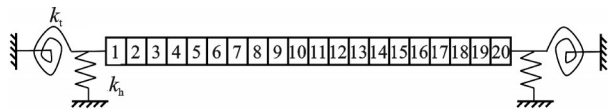


图 6 有限元模型及约束

Fig. 6 Finite element model and constraint

表 5 实验梁与 uFEM 前三阶固有频率的对比

Tab. 5 Comparison of the first three natural frequencies between experimental beam and uFEM

阶次	频率/Hz		RPE/%
	实验梁	uFEM	
第一阶	19.454	19.332	0.63
第二阶	72.423	73.211	1.08
第三阶	162.005	160.020	1.23

### 3.3 实验数据预处理

图 7 为实验测得的时域响应信号。图 7(a)为光电门信号,信号的峰值意味着车辆某一轴通过光电门所在位置。连续两个峰值信号之间的间隔几乎相等,表明车辆在桥上的速度近似保持不变。图 7(b)和图 7(c)分别为  $\frac{3}{4}L$  的应变响应和  $\frac{1}{2}L$  的加速度响应时程图。

同时考虑到响应数据的频率分辨率以及实验梁的第三阶固有频率为 162.01 Hz,根据香农采样定理以及频率分辨率的定义,实测响应的采样频率设置为 512 Hz,可以满足实验要求。

由于采集的响应会受到环境噪声干扰,采用 Butterworth 低通滤波器对应变与加速度响应进行滤波。由于实验梁的第三阶固有频率为 162.01 Hz,滤波器的截止频率选为 165 Hz。滤波后的应变与加速度响应分别见图 7(b)和(c)。

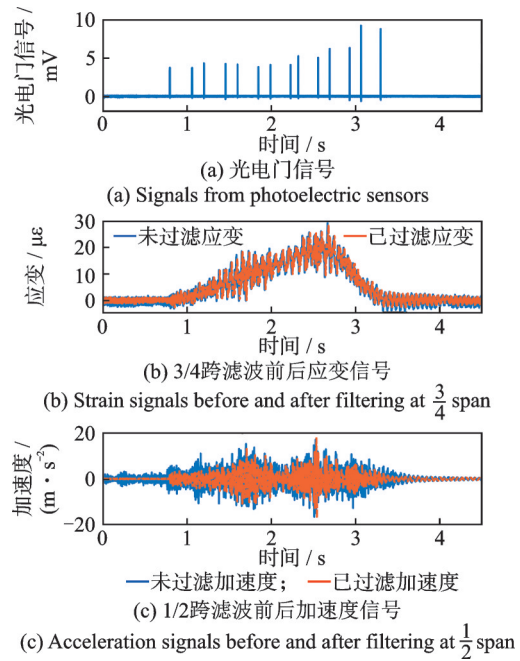


图 7 部分实测信号

Fig. 7 Partial measured signals

实验测量的应变响应与 uFEM 得到的计算值之间存在测量误差,采用分级加载实验对应变计进行校准。分别在桥梁的  $\frac{1}{4}L, \frac{1}{2}L$  和  $\frac{3}{4}L$  依次分级加载,每级荷载为 49.98 N。通过对数据点进行线性拟合,得到的斜率即为应变和弯矩之间的校准系数。 $\frac{1}{4}L, \frac{1}{2}L$  和  $\frac{3}{4}L$  的应变校准系数分别为 3.1612, 3.1882 和 3.1352。

### 3.4 移动荷载识别结果与分析

考虑不同的车速以及轴重比,设置了 6 种工况,如表 6 所示。模型车的轴重比为前轴与后轴重量之比。车辆总重(GVW)表示车辆前后轴重量的总和。车辆速度考虑了慢速、中速和快速三种情况。

表 6 六种实验工况

Tab. 6 Six different experiment conditions

轴重/kg	工况	车速/( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	轴重比
前轴 5.567	慢速 1	0.382	
后轴 5.572	中速 1	0.799	0.999
GVW 11.139	快速 1	1.390	
前轴 4.984	慢速 2	0.597	
后轴 6.777	中速 2	0.755	0.735
GVW 11.761	快速 2	1.321	

#### 3.4.1 初步验证

以工况“快速 1”为例,为凸显所提方法的优越性,同样与 L1 和 L2 正则化方法进行对比研究。所关注荷载的最高频率为 250 Hz,则加权字典的原子数为 501,向量  $B$  中共包含 250 个元素。采用“ $\frac{1}{2}m$  &

$\frac{3}{4}m \& \frac{1}{4}a$ ”响应组合识别移动荷载。三种方法正则化参数均通过BIC准则选取。

由于实验设备限制,很难直接测量移动车载的动态分量。因此,将模型车识别轴重与测量轴重的RPE作为评价指标,定义为:

$$RPE_w = \frac{|\tau\omega_{\text{identified}} - \tau\omega_{\text{measured}}|}{\tau\omega_{\text{measured}}} \times 100\% \quad (25)$$

式中  $\tau\omega_{\text{measured}}$  和  $\tau\omega_{\text{identified}}$  分别为模型车轴重的实测和识别结果;  $|\cdot|$  表示L1范数。图8为所提方法与现有两种方法的移动车载识别结果比较。

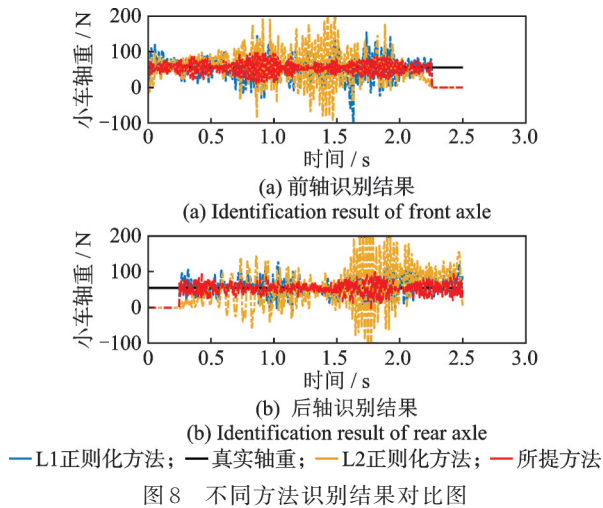


图8 不同方法识别结果对比图  
Fig.8 Comparison of identification results using different methods

在图8中,黑色水平线表示模型车的实测轴重。可以看出,当采用所提方法时,识别的移动车载围绕真实轴重波动最小,表明所提方法有效地抑制了高频噪声成分。其主要原因在于该方法将结构响应中的频率成分作为先验信息,并用于构建加权字典,可以更好地抑制噪声的影响。因此,与其他两种方法相比,所提方法表现出更强的噪声鲁棒性。

表8 不同工况下的识别结果

Tab.8 Identification results under different experiment conditions

轴重比	工况	前轴			后轴			前轴+后轴		
		实测值/kg	轴重/kg	RPE/%	实测值/kg	轴重/kg	RPE/%	实测值/kg	GVW/kg	RPE/%
0.999	慢速1		5.573	0.11		5.669	1.74		11.242	0.92
	中速1	5.567	5.616	0.88	5.572	5.703	2.36	11.139	11.319	1.62
	快速1		5.651	1.51		5.533	0.70		11.184	0.41
0.735	慢速2		4.905	1.59		6.579	2.92		11.484	2.35
	中速2	4.984	5.156	3.45	6.777	6.931	2.27	11.761	12.087	2.77
	快速2		4.926	1.17		6.602	2.59		11.527	1.98

总而言之,表8中列出的识别结果RPE值均保持在较低水平。这意味着所提方法的识别结果稳定且准确。

### 3.4.3 不同响应组合的影响

选取工况“快速1”,轴重比0.999为例,考虑不

表7 三种不同方法的识别结果

Tab.7 Identification results of three different methods

方法	前轴		后轴		前轴+后轴	
	轴重/kg	RPE/%	轴重/kg	RPE/%	轴重/kg	RPE/%
L1正则化	5.857	5.21	5.776	3.66	11.633	4.43
L2正则化	5.809	4.34	5.862	5.19	11.671	4.77
所提方法	5.651	1.51	5.533	0.70	11.184	0.41

表7对比了三种方法轴重识别的RPE结果。可以看出,无论是从模型车的前、后轴重量还是从模型车的总重来看,所提方法识别的轴重RPE值都是最小的。现有L1和L2正则化方法识别得到的结果与真实轴重均存在较大偏差。这是因为这两种方法在求解过程中同时求解移动荷载的静态与动态分量,忽略了各个分量本身的特点,从而导致求解时两个分量相互影响,识别精度较差,具体原因在数值仿真中做了详细说明。在所提方法中,静态和动态分量是分开求解的,并且还针对两个分量构建了不同的加权字典,以更好地匹配移动荷载中的静态和动态分量的特征。这也是所提方法优于L1和L2正则化方法的主要原因。

### 3.4.2 不同工况的影响

不同速度和轴重比下的移动荷载识别结果如表8所示。采用响应组合为 $\frac{3}{4}m \& \frac{1}{2}m \& \frac{1}{2}a$ 。由表8可知,所提方法对模型车轴重的识别结果在一定程度上会受到不同车速的影响。中等速度下移动荷载识别结果的RPE值相对较高。但是在不同速度下的识别结果精度都是可接受的。此外,轴重比也会对移动荷载识别的准确性产生一定影响。当前轴和后轴的重量接近时,即轴重比为0.999时,所提方法具有更高的识别精度。尽管在轴重比为0.735时识别精度相对较低,但识别结果的最高RPE值也仅为3.45%。

同响应组合对所提方法的影响,如表9所示。

由于设备限制,加速度计无法采集到零频的振动信息,所以单独使用加速度响应识别移动荷载会严重影响识别精度。因此,将同时使用弯矩响应和加速度响应来识别移动荷载,这表示响应组合中同

表 9 不同响应组合下的车辆轴重识别误差结果

Tab. 9 Identification results of vehicle axle loads under different response combinations

响应组合	RPE/%		
	前轴	后轴	小车总重
$\frac{1}{2}m \& \frac{1}{2}a$	1.02	2.46	0.72
$\frac{1}{2}m \& \frac{1}{4}a$	1.17	2.39	1.78
$\frac{3}{4}m \& \frac{1}{2}a$	1.40	1.53	1.46
$\frac{3}{4}m \& \frac{1}{4}a$	2.24	1.99	2.12
$\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}m \& \frac{1}{2}a$	1.51	0.70	0.41
$\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}m \& \frac{1}{4}a$	1.69	0.54	0.57

时包含低频与高频的振动信息。在表 9 中,当响应组合为一个弯矩响应和一个加速度响应时,识别得到的前轴、后轴和 GVW 最高 RPE 值分别为 2.24%, 2.46% 和 2.12%。可以看出,选取一个弯矩及一个加速度的响应组合,能够较为准确地识别模型车的前后轴重以及 GVW。如果在响应组合中再增加一个弯矩响应,所提方法将能够利用更多的响应信息,提取更多的响应特征以实现移动荷载的更准确识别。例如,在响应组合  $\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}m \& \frac{1}{2}a$  和  $\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}m \& \frac{1}{4}a$  中,轴重的识别精度得到了进一步提高,前轴、后轴和 GVW 识别结果的最高 RPE 值分别为 1.69%, 0.70% 和 0.57%。

综上,通过数值模拟与实验验证,建议选择响应组合  $\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}m \& \frac{1}{2}a$  和  $\frac{1}{2}m \& \frac{3}{4}m \& \frac{1}{4}a$  来识别移动荷载。在这些响应组合下,所提方法不仅高效地利用了主要频率信息,还很好地减轻了与加速度响应相关的噪声影响。由此可见,所提方法能够准确地识别移动荷载,表明该方法在 MFI 领域具有更广泛的适用性。

## 4 结 论

针对稀疏正则化方法存在的问题,提出了一种融合响应先验信息和加权字典的移动荷载识别方法。该方法首先利用结构响应的频率特征构建与移动荷载相匹配的加权字典。然后采用该加权字典分别识别移动荷载中的静态和动态分量,最终将静态和动态分量相加以获得完整的荷载信息。通过数值模拟和实验验证,得出以下结论:

(1) 利用结构响应的先验信息对字典加权,能够有效地识别静态和动态分量。相较于其他正则化方法,所提方法展现出更高的识别精度和更强的噪声

鲁棒性。

(2) 在不同的实验工况下,无论是车轴重量还是整车总重量,识别精度均在可接受范围内。由表 8 可知,前、后轴重量和 GVW 的最高 RPE 值分别为 3.45%, 2.92% 和 2.77%,说明在使用实测数据的情况下,本文方法仍能提供较高的 MFI 精度,有望应用于实际工程。

(3) 适当的响应组合能更有效提高识别精度。从表 3 和 9 可知,由两个弯矩和一个加速度响应组成的响应组合是这些响应组合中最优的选择。

(4) 在实际应用中,若有其他车辆进入造成干扰,便会涉及到多车情况下的移动荷载识别。本文主要关注单车问题,针对多车移动荷载识别问题,将在未来另文进行研究。

## 参考文献:

- [1] Moses F. Weigh-in-motion system using instrumented bridges[J]. Transportation Engineering Journal of ASCE, 1979, 105(3): 233-249.
- [2] Feng D M, Sun H, Feng M Q. Simultaneous identification of bridge structural parameters and vehicle loads [J]. Computers & Structures, 2015, 157: 76-88.
- [3] Hu Z Y, Xiang Z H. Noise-enhanced effect in moving dynamic force identification[J]. Journal of Sound and Vibration, 2023, 557: 117742.
- [4] 饶勇平, 张富博, 雷鹰. 基于结构随机场的桥梁移动荷载统计矩识别[J]. 振动工程学报, 2023, 36(1): 62-69.
- [5] Rao Yongping, Zhang Fubo, Lei Ying. Identification of statistical moments of moving loads on bridge structures with spatial random fields[J]. Journal of Vibration Engineering, 2023, 36(1): 62-69.
- [6] Law S S, Chan T H T, Zeng Q H. Moving force identification: a time domain method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 201(1): 1-22.
- [7] Liao M H, Liang S, Luo R, et al. The moving load identification method on asphalt roads based on the BP neural network and FBG sensor monitoring[J]. Construction & Building Materials, 2023, 378: 131216.
- [8] Hou Z L, Yu L, Liang Y, et al. Integrating L1 and weighted L2 regularization for moving force identification from combined response measurements[J]. Measurement, 2024, 228: 114337.
- [9] 茅建校, 庞振浩, 王浩, 等. 桥梁车辆荷载识别的贝叶斯方法研究[J]. 振动工程学报, 2023, 36(2): 467-476.
- [10] Mao Jianxiao, Pang Zhenhao, Wang Hao, et al. Research on Bayesian method for identifying the vehicle loads on the bridge[J]. Journal of Vibration Engineering, 2023, 36(2): 467-476.



- [9] Li M Q, Wang L J, Luo C S, et al. A new improved fractional Tikhonov regularization method for moving force identification[J]. Structures, 2024, 60: 105840.
- [10] 陈震, 余岭. 基于截断GSVD方法的桥梁移动荷载识别[J]. 振动与冲击, 2014, 33(10): 97-100.  
Chen Zhen, Yu Ling. Identification of dynamic axle loads on a bridge based on truncated generalized singular value decomposition[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 33(10): 97-100.
- [11] 陈震, 王震, 余岭, 等. 预处理最小二乘QR分解法识别桥梁移动荷载的优化分析及试验研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 545-552.  
Chen Zhen, Wang Zhen, Yu Ling, et al. Optimization analysis and experimental study of preconditioned least square QR-factorization for moving force identification [J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(4): 545-52.
- [12] Huang C, Ji H L, Qiu J H, et al. TwIST sparse regularization method using cubic B-spline dual scaling functions for impact force identification[J]. Mechanical System & Signal Processing, 2022, 167: 108451.
- [13] Liu J J, Qiao B J, Wang Y N, et al. Group sparsity extension of "Non-convex sparse regularization via convex optimization for impact force identification" [J]. Mechanical System & Signal Processing, 2023, 201: 110661.
- [14] Liang Y, Hou Z L, Yu L. An improved block orthogonal matching pursuit for moving force identification using block-sparse compressed sensing[J]. Measurement, 2023, 222: 113632.
- [15] Qiao B J, Chen X F, Luo X J, et al. A novel method for force identification based on the discrete cosine transform [J]. Journal of Vibration Acoustics, 2015, 137(5): 051012.
- [16] Qiao B J, Chen X F, Xue X F, et al. The application of cubic B-spline collocation method in impact force identification[J]. Mechanical System & Signal Processing, 2015, 64-65: 413-427.
- [17] He W Y, Wang Y, Ren W X. Dynamic force identification based on composite trigonometric wavelet shape function[J]. Mechanical System & Signal Processing, 2020, 141: 106493.
- [18] Zhou X Y, He W, Zeng Y X, et al. A semi-analytical method for moving force identification of bridge structures based on the discrete cosine transform and FEM [J]. Mechanical System & Signal Processing, 2022, 180: 109444.
- [19] Xu B H, Chen Y H, Yu L. Identification of moving vehicle loads using instantaneous vision-based vehicle spatiotemporal information and improved time domain method[J]. International Journal of Structural Stability & Dynamics, 2023; 2450163.
- [20] Pan C D, Yu L, Liu H L, et al. Moving force identification based on redundant concatenated dictionary and weighted L1-norm regularization[J]. Mechanical System & Signal Processing, 2018, 98: 32-49.
- [21] Zhang Z H, He W Y, Ren W X. Moving force identification based on learning dictionary with double sparsity [J]. Mechanical System & Signal Processing, 2022, 170: 108811.
- [22] Wahlberg B, Boyd S, Annergren M, et al. An ADMM algorithm for a class of total variation regularized estimation problems[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2012, 45(16): 83-88.

## Integrating response prior information and weighted dictionary for moving force identification

YU Ling, LEI Yuan-dong, HOU Zhi-long

(MOE Key Laboratory of Disaster Forecast and Control in Engineering, School of Mechanics and Construction Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

**Abstract:** Sparse regularization has been proven to be effective in addressing the ill-posed problem in moving force identification (MFI). However, existing methods often neglect frequency characteristic disparities between static and dynamic components in moving loads, thereby limiting the identification accuracy. Therefore, an MFI method integrating response prior information and weighted dictionary is proposed. A linear relationship between vehicle-induced bridge responses and moving vehicle loads is established in bridge-vehicle system. Once frequency domain analysis is separately performed on bending moment and acceleration responses, the obtained frequency prior information is then employed to construct weighted dictionaries that correspond to both static and dynamic load components. Subsequently, the static and dynamic components of moving loads are individually solved by alternating direction method of multipliers (ADMM). The effectiveness of proposed method is demonstrated through numerical simulations on a real bridge, and a series of MFI experiments are conducted in laboratory. Results show that the weighted dictionaries considering response prior information significantly improves the accuracy of force identification and enhance its robustness to noise.

**Key words:** moving force identification; bridge health monitoring; prior information of response; weighted dictionary; sparse regularization

作者简介: 余岭(1963—),男,博士,教授。E-mail: lyu1997@163.com。

通讯作者: 侯支龙(1994—),男,博士研究生。E-mail: zhilonghou@163.com。