

基于非线性能量汇胞元的浮筏隔振结构减重研究

王红利^{1,2}, 殷学文¹, 丁 虎²

(1. 中国船舶科学研究中心, 江苏 无锡 214082;

2. 上海大学力学与工程科学学院上海市应用数学和力学研究所, 上海 200444)

摘要: 针对舰艇浮筏隔振系统设计技术瓶颈, 特别是严格的重量和空间尺寸限制难题, 基于非线性能量汇 (Nonlinear Energy Sink, NES) 的宽频自适应性能, 本文提出应用 NES 胞元 (NES cell) 的浮筏隔振结构设计减重方法。NES 胞元分别并联于浮筏隔振系统的所有子结构。建立 4 自由度的浮筏隔振系统和耦合 NES 胞元的减振系统的动力学模型, 应用谐波平衡法 (Harmonic Balance Method, HBM) 推导出非线性系统的稳态响应满足的近似解析表达式, 并利用龙格-库塔法 (Runge-Kutta, RK) 进行了数值验证。通过力传递率响应对比了不同的系统总重量与胞元数目下的振动抑制效果, 并分析了胞元数目和系统总重量对系统振动的影响。结果表明, NES 胞元能够在系统总重量降低的同时有效降低浮筏隔振系统全部模态的振动传递率。

关键词: 浮筏隔振系统; 非线性能量汇胞元; 结构优化; 力传递率

中图分类号: TB535; O322 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)10-1739-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.10.012

引 言

舰艇在航行过程中一直存在着振动问题, 这对其舒适性和隐蔽性有非常大的影响^[1]。为了控制船舶和潜艇的振动, 浮筏隔振系统被提出。浮筏隔振系统具有结构简单、可操作性强、减振效果好等优点^[2-4], 可以有效地抑制动力设备传递到船体的振动和噪声, 已经在舰船上得到广泛应用^[5]。然而, 浮筏隔振装置的应用会占用船舶和潜艇中更多的重量与空间等资源, 增加其总体的运行负担。因此, 降低浮筏隔振系统的总体重量并同时提高其隔振性能具有非常大的研究意义和实际工程价值^[6]。

浮筏隔振系统由动力设备、上层隔振器、中间筏架和下层隔振器组成^[7]。所有的动力装置放置在中间筏架上, 通过两层隔振, 传递到船体的振动可以被有效抑制。由于动力设备是提供能量的发电机组, 其重量优化空间有限, 因此针对浮筏隔振装置的结构优化大多将中间筏架视为被优化的对象。近年来, 许多学者对浮筏隔振系统进行了广泛的研究。徐匡迪等^[8]以一种平置板架式浮筏为研究对象, 采用 APDL 语言零阶优化方法对浮筏隔振结构进行了优化。王壮等^[9]将桁架结构应用于传统浮筏, 形成一种新型桁架箱体浮筏隔振结构, 并对其重量进行了优化。LEI 等^[10]采用双层浮筏隔振系统和颗粒

阻尼器组成的复合振动控制装置来控制系统的剧烈振动。王锋等^[6]利用拓扑优化方法对浮筏隔振系统进行了优化, 并采用功率流的分析方法研究了振动能量在浮筏隔振系统中传递的特性。综上所述, 浮筏隔振结构已经被广泛研究并优化。然而, 要在实现浮筏隔振系统减重的同时提升其振动抑制效果还存在困难, 降低筏架重量并提高动力系统的振动控制效率仍然是目前研究的热点问题。

非线性能量汇 (NES) 在过去几年得到了广泛的发展^[11-13]。作为不含线性刚度的非线性系统, NES 能够在很宽的频率范围内抑制振动响应^[14], 而且不影响主系统的谐振频率^[15]。主系统的振动能量可以靶向地传递到非线性振子, 实现高效减振^[16-18]。为了实现高可靠性和灵活通用性的宽频自适应控制, NES 胞元化减振策略被提出^[19]。NES 胞元的减振性能及其应用于不同主系统减振的有效性已被广泛研究。李猛等^[20]分析了由多个 NES 胞元耦合的远大于单个 NES 重量的振动结构所组成的系统的整体响应特征, 并研究了胞元数目对共振区响应状态的影响。ZHENG 等^[21]将 NES 胞元应用在平板平台上, 解决了其多模态振动控制问题, 并通过实验进行了验证。NES 胞元的数目可以随着不同主系统的振动控制需求而改变, 用小重量、小尺度的减振胞元的组合替代大重量、大尺度的动力吸振器, 能够分布式应用于抑制系统的不同模态共振, 提高 NES 的

收稿日期: 2023-12-29; 修订日期: 2024-02-28

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目 (12025204)。

适用范围。而且研究表明,胞元化的减振策略能够提高 NES 对不同振动强度的自适应性^[20]。

本文将 NES 胞元应用于浮筏隔振系统的结构设计和振动控制中,旨在通过引入 NES 胞元,在大幅提高中间筏架隔振效果的情况下,减轻系统的总质量。考虑 3 组动力设备和筏架系统,建立了 4 自由度浮筏隔振系统的动力学模型,并通过模态分析得到浮筏隔振系统的固有频率与振型矩阵。采用力传递率来评价系统的减振效果,通过改变胞元数量与中间筏架重量,比较不同总重量的浮筏隔振系统的振动传递效果。

1 系统动力学模型与模态分析

船舶或潜艇中的动力设备是为其提供动力的发电机组,也是振动的主要来源。在浮筏隔振系统中,所有动力设备通过上层隔振器放置在中间筏架上,然后利用下层隔振器将筏架连接到船体上^[22]。由此,本文建立了如图 1 所示的 4 自由度浮筏隔振系统动力学模型。动力设备的重量一般为固定值,本文考虑的结构减重通过改变中间筏架的质量来实现。

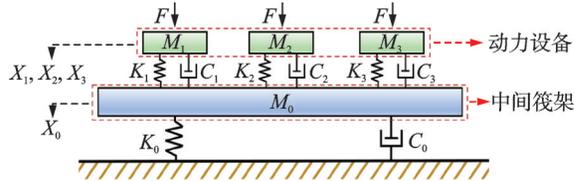


图 1 浮筏隔振系统动力学模型图

Fig.1 Dynamic model of floating raft vibration isolation system

在图 1 所示的 4 自由度浮筏隔振系统力学模型中, 3 个动力设备的质量分别为 M_1 , M_2 和 M_3 , 对应的位移分别为 X_1 , X_2 和 X_3 。中间筏架的质量为 M_0 , 位移为 X_0 。上层隔振器由阻尼 C_1 , C_2 , C_3 和线性刚度 K_1 , K_2 , K_3 组成, 下层隔振器由阻尼 C_0 和线性刚度 K_0 组成。

本文将 3 个动力设备运行时由于偏心转动产生的惯性力视为系统的外激励, 分别作用在动力设备 M_1 , M_2 和 M_3 上。实际浮筏隔振系统中的外激励形式是多样的, 可能存在相位差和幅值差。然而受限于篇幅, 本文仅采用最简单的激励形式来证明 NES 胞元对多自由度浮筏隔振系统振动控制和结构减重的有效性。将系统的外部激励取为 $F = A\Omega^2 \sin(\Omega T)$, 其中, A 为动力设备偏心质量与偏心距离的乘积; Ω 为外激励的圆频率; T 为时间, 用于描述外激励力随时间的周期性变化。

浮筏隔振系统的运动微分方程写为:

$$M_0 \frac{d^2 X_0}{dT^2} + K_0 X_0 + C_0 \frac{dX_0}{dT} + K_1 (X_0 - X_1) +$$

$$\begin{aligned} & C_1 \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right) + K_2 (X_0 - X_2) + \\ & C_2 \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right) + K_3 (X_0 - X_3) + \\ & C_3 \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right) = 0, \\ M_1 \frac{d^2 X_1}{dT^2} + K_1 (X_1 - X_0) + C_1 \left(\frac{dX_1}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) = \\ & A\Omega^2 \sin(\Omega T), \\ M_2 \frac{d^2 X_2}{dT^2} + K_2 (X_2 - X_0) + C_2 \left(\frac{dX_2}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) = \\ & A\Omega^2 \sin(\Omega T), \\ M_3 \frac{d^2 X_3}{dT^2} + K_3 (X_3 - X_0) + C_3 \left(\frac{dX_3}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) = \\ & A\Omega^2 \sin(\Omega T) \end{aligned} \quad (1)$$

将式(1)写为矩阵形式:

$$M \frac{d^2 X}{dT^2} + C \frac{dX}{dT} + KX = F \quad (2)$$

对应的无阻尼自由运动微分方程为:

$$M \frac{d^2 X}{dT^2} + KX = 0 \quad (3)$$

其中, 质量矩阵与刚度矩阵可分别表示为:

$$M = \begin{bmatrix} M_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} K_0 + K_1 + K_2 + K_3 & -K_1 & -K_2 & -K_3 \\ -K_1 & K_1 & 0 & 0 \\ -K_2 & 0 & K_2 & 0 \\ -K_3 & 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

系统的位移向量表示为:

$$X = (X_0, X_1, X_2, X_3)^T \quad (5)$$

简谐振动的解定义为:

$$X = X^* \sin(\omega T) \quad (6)$$

式中 ω 为浮筏隔振系统的固有圆频率; X^* 为各节点的模态矩阵。

将式(6)代入式(3), 得到:

$$(K - \omega^2 M) X^* = 0 \quad (7)$$

在自由振动条件下, 模态矩阵 X^* 不全为 0, 于是得到:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (8)$$

浮筏隔振系统参数如表 1 所示。未进行结构减重前, 筏架重量与动力设备总重量比值为 72%^[23], 动力设备和浮筏隔振系统总重量为 309.6 kg。此外, 动力设备偏心质量与偏心距离的乘积 $A = 0.1 \text{ kg}\cdot\text{m}$ 。

本文对浮筏隔振系统的安装模态进行分析, 由于 NES 不含线性刚度, 将 NES 胞元引入浮筏隔振系统后, 系统的线性模态未受影响。通过求解式(8)

可以得到浮筏隔振系统的固有频率,然后将 ω 代入式(7)可以得到系统的振型向量。计算得到的浮筏隔振系统的固有频率如表2所示。

表 1 浮筏隔振系统参数

Tab.1 Parameters of floating raft vibration isolation system

参数/ (N·m ⁻¹)	数值	参数/ (N·s·m ⁻¹)	数值	参数/kg	数值
K_0	6.1×10^7	C_0	80	M_0	129.6
K_1	7.2×10^6	C_1	60	M_1	75
K_2	3.1×10^6	C_2	40	M_2	60
K_3	3.1×10^6	C_3	40	M_3	45

表 2 浮筏隔振系统固有频率

Tab.2 Natural frequencies of floating raft vibration isolation system

阶数	固有频率/Hz
1	34.85
2	40.58
3	47.00
4	121.89

计算所得模态矩阵为:

$$X^* = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 1.99 & 3.10 & 10.94 & -0.20 \\ 13.90 & -3.87 & -1.45 & -0.10 \\ 3.29 & 17.79 & -3.76 & -0.13 \end{bmatrix} \quad (9)$$

绘制浮筏隔振系统的模态振型图如图2所示。

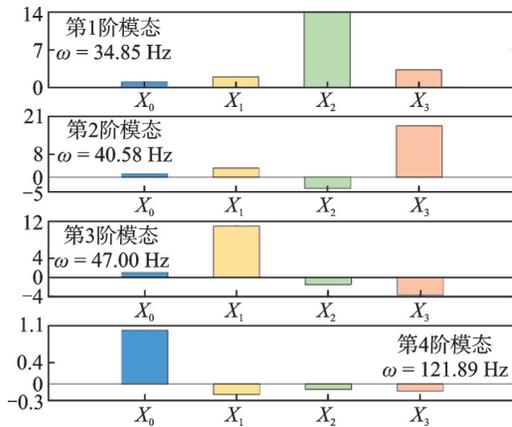


图 2 浮筏隔振系统模态振型图

Fig.2 Modal vibration shape diagram of the floating raft vibration isolation system

根据模态分析结果,将浮筏隔振系统的前3阶模态视为低阶模态(20~60 Hz),第4阶模态视为高阶模态(110~140 Hz)。式(9)所示的模态矩阵中,低阶

$$M_0 \frac{d^2 X_0}{dT^2} + K_0 X_0 + C_0 \frac{dX_0}{dT} + K_1 (X_0 - X_1) + C_1 \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right) + K_2 (X_0 - X_2) + C_2 \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right) + K_3 (X_0 - X_3) + C_3 \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right) = \sum_{z=1}^n \left[K_{N0} (X_{Nz} - X_0)^3 + C_{N0} \left(\frac{dX_{Nz}}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) \right],$$

模态下,3个动力设备的位移较大;高阶模态下,中间筏架的位移较大。为保证NES胞元在系统总重量降低的同时有效降低浮筏隔振结构全部模态的振动传递率,将NES胞元安置在系统的所有子结构上。

2 NES 胞元减振系统动力学模型

如图3所示,建立了耦合NES胞元的浮筏隔振系统减振模型,NES胞元的结构设计参考文献[21]。NES胞元摆放在系统的所有子结构上,系统所受外激励的作用位置不变,仍作用在动力设备 M_1, M_2 和 M_3 上。3个动力设备与中间筏架上所添加的NES胞元的数目相同,均为 n 。图4为单个NES胞元的动力学模型图。

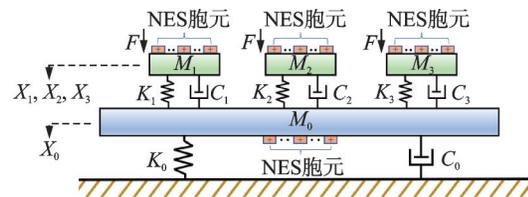


图 3 耦合 NES 胞元的浮筏系统减振模型

Fig.3 Vibration reduction model of floating raft system coupled with NES cell

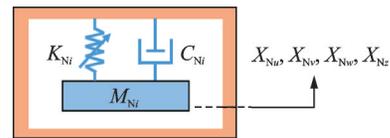


图 4 单个 NES 胞元的动力学模型图($i = 0, 1, 2, 3$)

Fig.4 Mechanical model diagram of a single NES cell ($i = 0, 1, 2, 3$)

3个动力设备 M_1, M_2 和 M_3 上添加的单个NES胞元质量分别为 M_{N1}, M_{N2} 和 M_{N3} ,阻尼系数分别为 C_{N1}, C_{N2} 和 C_{N3} ,三次非线性刚度系数分别为 K_{N1}, K_{N2} 和 K_{N3} 。中间筏架上所添加的单个NES胞元质量、阻尼系数和三次非线性刚度系数分别为 M_{N0}, C_{N0} 和 K_{N0} 。中间筏架与动力设备 M_1, M_2 和 M_3 上添加的单个NES胞元的位移分别为 $X_{Nz} (z = 1, 2, \dots, n), X_{Nu} (u = n+1, n+2, \dots, 2n), X_{Nv} (v = 2n+1, 2n+2, \dots, 3n)$ 和 $X_{Nw} (w = 3n+1, 3n+2, \dots, 4n)$ 。即浮筏隔振系统的每个单独子结构上摆放的NES胞元具有相同的附加质量、阻尼系数和非线性刚度系数。系统的运动微分方程为:

$$\begin{aligned}
M_1 \frac{d^2 X_1}{dT^2} + K_1(X_1 - X_0) + C_1 \left(\frac{dX_1}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) &= \sum_{u=n+1}^{2n} \left[K_{N1}(X_{Nu} - X_1)^3 + C_{N1} \left(\frac{dX_{Nu}}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right) \right] + \\
&A\Omega^2 \sin(\Omega T), \\
M_2 \frac{d^2 X_2}{dT^2} + K_2(X_2 - X_0) + C_2 \left(\frac{dX_2}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) &= \sum_{v=2n+1}^{3n} \left[K_{N2}(X_{Nv} - X_2)^3 + C_{N2} \left(\frac{dX_{Nv}}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right) \right] + \\
&A\Omega^2 \sin(\Omega T), \\
M_3 \frac{d^2 X_3}{dT^2} + K_3(X_3 - X_0) + C_3 \left(\frac{dX_3}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) &= \sum_{w=3n+1}^{4n} \left[K_{N3}(X_{Nw} - X_3)^3 + C_{N3} \left(\frac{dX_{Nw}}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right) \right] + \\
&A\Omega^2 \sin(\Omega T), \\
M_{N0} \frac{d^2 X_{Nz}}{dT^2} + K_{N0}(X_{Nz} - X_0)^3 + C_{N0} \left(\frac{dX_{Nz}}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) &= 0, \\
M_{N1} \frac{d^2 X_{Nu}}{dT^2} + K_{N1}(X_{Nu} - X_1)^3 + C_{N1} \left(\frac{dX_{Nu}}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right) &= 0, \\
M_{N2} \frac{d^2 X_{Nv}}{dT^2} + K_{N2}(X_{Nv} - X_2)^3 + C_{N2} \left(\frac{dX_{Nv}}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right) &= 0, \\
M_{N3} \frac{d^2 X_{Nw}}{dT^2} + K_{N3}(X_{Nw} - X_3)^3 + C_{N3} \left(\frac{dX_{Nw}}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right) &= 0
\end{aligned} \tag{10}$$

对于本文的非线性系统,可以采用谐波平衡法(HBM)求得近似解析解。假定减振系统的位移响应解析解为:

$$X_i = \sum_{j=1}^p A_{i,j} \cos(j\Omega T) + \sum_{j=1}^p B_{i,j} \sin(j\Omega T) \tag{11}$$

式中 $A_{i,j}$ 和 $B_{i,j}$ 为调和系数, $i = 0, 1, \dots, 3, Nz, Nu, Nv, Nw$; 谐波阶数表示为 j , 其中 $j = 1, 2, \dots, p$ 。

系统的速度与加速度响应分别表示为:

$$\begin{aligned}
\dot{X}_i = \frac{dX_i}{dT} = - \left[\sum_{j=1}^p A_{i,j} j\Omega \sin(j\Omega T) - \right. \\
\left. \sum_{j=1}^p B_{i,j} j\Omega \cos(j\Omega T) \right]
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
R_0 = M_0 \Omega^2 \frac{d^2 X_0}{dT^2} + K_0 X_0 + C_0 \Omega \frac{dX_0}{dT} + K_1(X_0 - X_1) + C_1 \Omega \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right) + K_2(X_0 - X_2) + \\
C_2 \Omega \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right) + K_3(X_0 - X_3) + C_3 \Omega \left(\frac{dX_0}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right) - \sum_{z=1}^n \left[K_{N0}(X_{Nz} - X_0)^3 + C_{N0} \Omega \left(\frac{dX_{Nz}}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) \right], \\
R_1 = M_1 \Omega^2 \frac{d^2 X_1}{dT^2} + K_1(X_1 - X_0) + C_1 \Omega \left(\frac{dX_1}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) - \sum_{u=n+1}^{2n} \left[K_{N1}(X_{Nu} - X_1)^3 + C_{N1} \Omega \left(\frac{dX_{Nu}}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right) \right] - \\
A\Omega^2 \sin \tau, \\
R_2 = M_2 \Omega^2 \frac{d^2 X_2}{dT^2} + K_2(X_2 - X_0) + C_2 \Omega \left(\frac{dX_2}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) - \sum_{v=2n+1}^{3n} \left[K_{N2}(X_{Nv} - X_2)^3 + C_{N2} \Omega \left(\frac{dX_{Nv}}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right) \right] - \\
A\Omega^2 \sin \tau, \\
R_3 = M_3 \Omega^2 \frac{d^2 X_3}{dT^2} + K_3(X_3 - X_0) + C_3 \Omega \left(\frac{dX_3}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right) - \sum_{w=3n+1}^{4n} \left[K_{N3}(X_{Nw} - X_3)^3 + C_{N3} \Omega \left(\frac{dX_{Nw}}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right) \right] - \\
A\Omega^2 \sin \tau, \\
R_4 = M_{N0} \Omega^2 \frac{d^2 X_{Nz}}{dT^2} + K_{N0}(X_{Nz} - X_0)^3 + C_{N0} \Omega \left(\frac{dX_{Nz}}{dT} - \frac{dX_0}{dT} \right), \\
R_5 = M_{N1} \Omega^2 \frac{d^2 X_{Nu}}{dT^2} + K_{N1}(X_{Nu} - X_1)^3 + C_{N1} \Omega \left(\frac{dX_{Nu}}{dT} - \frac{dX_1}{dT} \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{X}_i = \frac{d^2 X_i}{dT^2} = - \left[\sum_{j=1}^p A_{i,j} (j\Omega)^2 \cos(j\Omega T) + \right. \\
\left. \sum_{j=1}^p B_{i,j} (j\Omega)^2 \sin(j\Omega T) \right]
\end{aligned} \tag{13}$$

将式(11)~(13)代入式(10)中,同时令 $\tau = \Omega T$, 并利用伽辽金法,式(10)可写为:

$$\int_0^{2\pi} R_m \delta(\tau) d\tau = 0; m = 0, 1, \dots, 7 \tag{14}$$

式中 $\delta(\tau) = \sum_{k=1}^p \cos(k\tau) + \sum_{k=1}^p \sin(k\tau)$, k 通常与近似位移解的谐波阶数相同。 R_m 的值分别为:

$$\begin{aligned}
 R_6 &= M_{N2}\Omega^2 \frac{d^2 X_{Nv}}{dT^2} + K_{N2}(X_{Nv} - X_2)^3 + C_{N2}\Omega \left(\frac{dX_{Nv}}{dT} - \frac{dX_2}{dT} \right), \\
 R_7 &= M_{N3}\Omega^2 \frac{d^2 X_{Nw}}{dT^2} + K_{N3}(X_{Nw} - X_3)^3 + C_{N3}\Omega \left(\frac{dX_{Nw}}{dT} - \frac{dX_3}{dT} \right)
 \end{aligned} \tag{15}$$

通过伽辽金法可以表示为:

$$\int_0^{2\pi} \mathbf{S} \mathbf{R} d\tau = 0 \tag{16}$$

式中 $\mathbf{S} = \text{diag}(D, D, D, D, D, D, D, D)$; $\mathbf{R} = \text{diag}(R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7)$ 。 D 的值为:

$$\begin{aligned}
 D &= [\cos \tau, \cos(2\tau), \cos(3\tau), \dots, \cos(k\tau), \\
 &\quad \sin \tau, \sin(2\tau), \sin(3\tau), \dots, \sin(k\tau)]^T \tag{17}
 \end{aligned}$$

调和系数 $A_{i,j}$ 和 $B_{i,j}$ 的值可以通过雅可比矩阵得到,然后采用伪弧长法绘制系统的响应曲线。中间筏架的幅值响应与系统传递到船体的力 F_b 可分别表示为:

$$A_{x_0} = \sqrt{\sum_{j=1}^p (A_{0,j})^2 + \sum_{j=1}^p (B_{0,j})^2} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 F_b &= K_0 X_0 + C_0 \frac{dX_0}{dT} = \\
 &\quad \sum_{j=1}^p (K_0 A_{0,j} + C_0 B_{0,j} j\Omega) \cos(j\Omega T) + \\
 &\quad \sum_{j=1}^p (K_0 B_{0,j} - C_0 A_{0,j} j\Omega) \sin(j\Omega T) \tag{19}
 \end{aligned}$$

系统的力传递率(dB)定义为^[24-25]:

$$\begin{aligned}
 T &= 20 \lg \left[\frac{RMS(F_b)}{RMS(F)} \right] = \\
 &\quad 20 \lg \left\{ \left[\sum_{j=1}^p (K_0 A_{0,j} + C_0 B_{0,j} j\Omega)^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \sum_{j=1}^p (K_0 B_{0,j} - C_0 A_{0,j} j\Omega)^2 \right]^{\frac{1}{2}} / (3A\Omega^2) \right\} \tag{20}
 \end{aligned}$$

式中 $RMS(F_b)$ 与 $RMS(F)$ 分别表示传递到船体的力与激励力的均方根值。本文将谐波阶数考虑为 3 阶。

浮筏隔振系统上添加的 NES 胞元的参数如表 3 所示, NES 胞元参数的选取参考文献[19]。单个 NES 胞元的附加质量与其相连接结构的质量比固定为 0.2%, 即 $M_{N0}/M_0 = M_{N1}/M_1 = M_{N2}/M_2 = M_{N3}/M_3 = 0.2\%$ 。

表 3 NES 胞元参数

Tab. 3 Parameters of NES cell			
参数/ (N·m ⁻³)	数值	参数/ (N·s·m ⁻¹)	数值
K_{N0}	3.5×10^8	C_{N0}	60
K_{N1}	3.2×10^6	C_{N1}	40
K_{N2}	3.1×10^6	C_{N2}	30
K_{N3}	4.1×10^6	C_{N3}	30

为了验证文中推导得到的近似解析解的准确性,可采用龙格-库塔(RK)数值法绘制系统的响应曲线与之对比。通过 HBM 与 RK 获得的耦合 NES 胞元的减振系统的中间筏架的幅频响应对比如图 5 所示,图中 $f = \Omega / (2\pi)$; m_{ref}, m_{pu} 分别表示中间筏架与动力设备的质量。取中间筏架与动力设备的质量比为 72%, 胞元数目 $n = 20$, 可以看出两种分析方法得出的响应曲线具有高度的一致性。

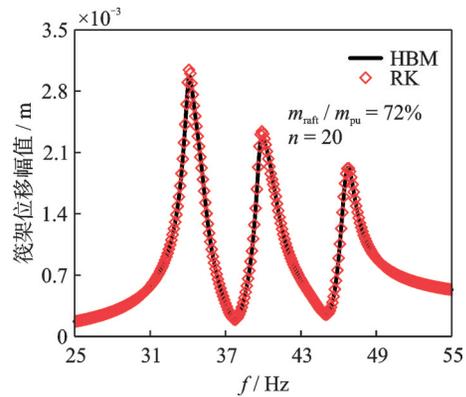


图 5 通过 HBM 与 RK 获得的减振系统幅频响应对比
Fig. 5 Comparison of amplitude-frequency response curves of vibration isolation system obtained by HBM and RK

3 浮筏隔振系统的结构减重

在本节中,通过调整 NES 胞元数量与中间筏架的重量来改变系统的总质量,比较了不同总重量下系统的力传递率响应,并分析了胞元数目与系统总重量对第 1 阶模态振动的影响。同时将未添加 NES 胞元的浮筏隔振系统的力传递率-频率响应绘制在图 6 中,可以看出浮筏隔振系统在前 3 阶模态处的力传递率分别为 48.0, 40.6 和 34.8 dB。高阶模态处的力传递率为 32.5 dB。可见系统在第 1 阶模态处的力传递率是最大的。

同时为了描述中间筏架与 3 个动力设备的质量比值,定义如下等式:

$$\mu = \frac{M_r}{M_p} \times 100\% \tag{21}$$

式中 M_r 和 M_p 分别表示中间筏架的质量和动力设备的总质量。选取 4 种筏架质量对比浮筏隔振系统的不同减振效果,分别取 $\mu_1 = 72\%$, $\mu_2 = 60\%$, $\mu_3 = 48\%$ 和 $\mu_4 = 36\%$ 。在筏架重量改变的同时调整线性刚度 K_0 的大小,使得筏架的单自由度系统的固有频率保持不变,即 $\omega_0 = (K_0/M_0)^{1/2} = 109.2$ Hz。

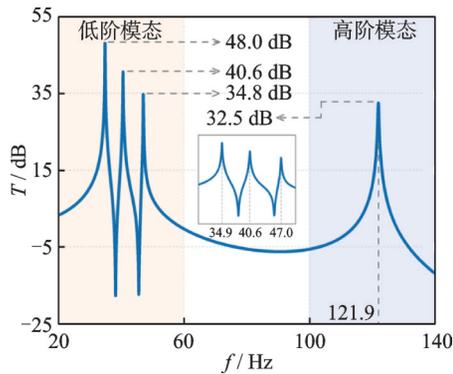


图6 浮筏隔振系统的力传递率-频率响应

Fig. 6 Force transmissibility-frequency response of floating raft vibration isolation system

未添加 NES 胞元时,为了观察筏架重量的改变对 4 种不同重量的浮筏隔振系统振动传递的影响,分别绘制低阶和高阶模态处的力传递率-频率响应对比如图 7 所示。未添加 NES 胞元时,同比改变筏架的重量和线性刚度 K_0 会略微影响系统低阶(前 3 阶)固有频率,但是对高阶(第 4 阶)模态的固有频率和共振传递率的影响较大。随着筏架重量的减小,浮筏隔振系统的第 4 阶共振频率随之增大,第 4 阶模态共振区域向高频转移,降低了高频区的隔振效率,但是第 4 阶模态共振的最大的力传递率略有减小的趋势。

由于筏架重量降低后系统的减振效果没有得到有效改善,为了补偿振动控制效果,相应地增加

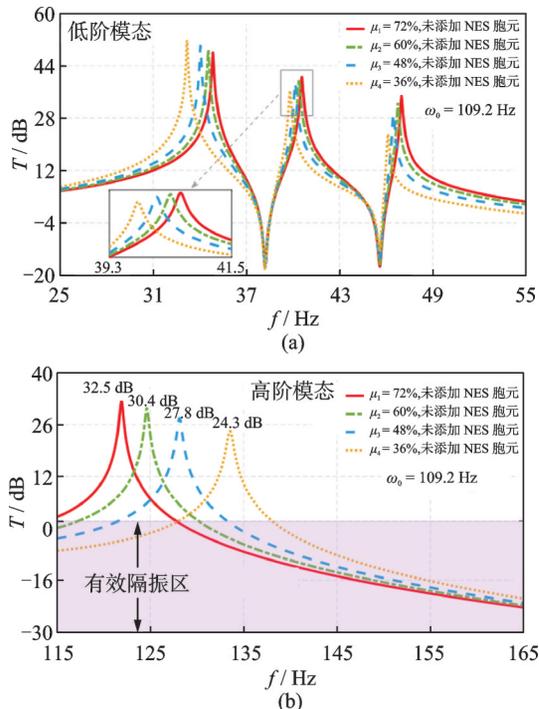


图7 未添加 NES 胞元的不同筏架质量下浮筏隔振系统在低阶和高阶模态处的力传递率-频率响应对比

Fig. 7 Comparison of force transmissibility-frequency response of floating raft vibration isolation system with different mass of raft for low- and high-order modes without NES cell

NES 胞元的数量。对应地将 NES 胞元数量分别选取为 10, 15, 20 和 25 个。系统的总质量等于 3 组动力系统的总质量、筏架的质量和各个子结构上 NES 胞元的总质量之和,即表述为:

$$M_{\text{Total}} = M_p + M_r + n(M_{N0} + M_{N1} + M_{N2} + M_{N3}) \quad (22)$$

于是,不同筏架质量与胞元数量下 4 种系统的总质量分别为:

$$M_{\text{Total1}} = (180 + 129.6) \text{ kg} +$$

$$10 \times (0.26 + 0.15 + 0.12 + 0.09) \text{ kg} = 315.8 \text{ kg},$$

$$M_{\text{Total2}} = (180 + 108) \text{ kg} +$$

$$15 \times (0.216 + 0.15 + 0.12 + 0.09) \text{ kg} = 296.6 \text{ kg},$$

$$M_{\text{Total3}} = (180 + 86.4) \text{ kg} +$$

$$20 \times (0.173 + 0.15 + 0.12 + 0.09) \text{ kg} = 277.1 \text{ kg},$$

$$M_{\text{Total4}} = (180 + 64.8) \text{ kg} +$$

$$25 \times (0.13 + 0.15 + 0.12 + 0.09) \text{ kg} = 257.0 \text{ kg} \quad (23)$$

4 种重量系统与未受 NES 减振的浮筏系统(Uncontrol)的力传递率-频率响应对比如图 8 所示。图 8(a) 和 8(b) 分别展示了低阶模态和高阶模态的力传递率。需要说明的是,改变筏架重量的同时,其上放置的单个 NES 胞元的附加质量与筏架的质量比保持 $M_{N0}/M_0=0.2\%$ 不变。也就是说,对应于不同筏架质量,并联在各个子结构上的 NES 胞元总重量与各个子结构重量的比值分别为 2%, 3%, 4% 和 5%。

NES 本质上作为一个非线性系统,存在不影响主系统共振频率的特点,所以与图 7 的结果相比, NES 胞元数目的增加未对系统低阶和高阶模态的共振频率产生影响,即图 8 中系统共振频率的变化仍然是由筏架重量和线性刚度 K_0 的改变而引起的。

由图 8(a) 可见,对于前 3 阶模态的低频共振,较轻重量的筏架展示出更好的减振效果。随着浮筏隔振系统总重量的减少,为了提高振动控制效果, NES 胞元数目相应地增加。另外,由于 NES 与主结构的质量比增大,系统在低阶模态处的力传递率响应峰值随之降低,传递到船体的力也对应减小,筏架与 NES 胞元组合控制的减振效果变得更好。未添加 NES 胞元的原浮筏隔振系统总质量为 309.6 kg。当 $\mu = 36\%$, 胞元数目 $n = 25$, 系统总质量为 257.0 kg, 即浮筏隔振系统总质量减少 52.6 kg 时,系统前 3 阶模态的力传递率响应峰值与未受控制的浮筏隔振系统相比分别降低 21.1, 24.2 和 27.2 dB。

由图 8(b) 可见,对于第 4 阶模态的高频共振,较轻重量的筏架也同样展示出更小的振动传递率。随着 NES 与主结构质量比的增大,第 4 阶模态共振的力传递率响应峰值随之大幅减小,第 4 阶模态共振的抑制效果变得更好。当系统总质量为 257.0 kg, 即浮筏隔振系统总质量减少 52.6 kg 时,系统第 4 阶

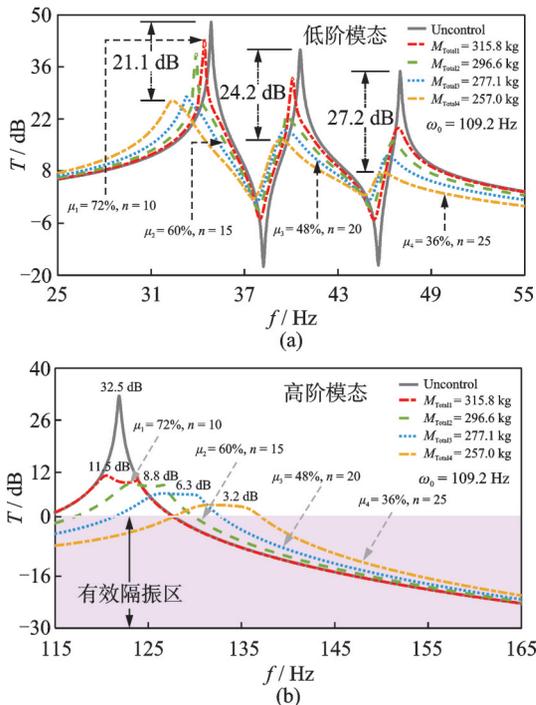


图 8 不同减振系统总质量下的力传递率-频率响应对比
Fig. 8 Comparison of force transmissibility-frequency response with different total mass of vibration isolation system

模态共振响应的力传递率峰值与未受控制的浮筏隔振系统相比降低了 29.3 dB。图 9 为未受控制浮筏隔振系统与 4 种不同总质量减振系统在全局模态处的力传递率-频率响应对比,清晰地展示出了 NES 胞元对宽频范围内的所有共振峰的高效减振作用。

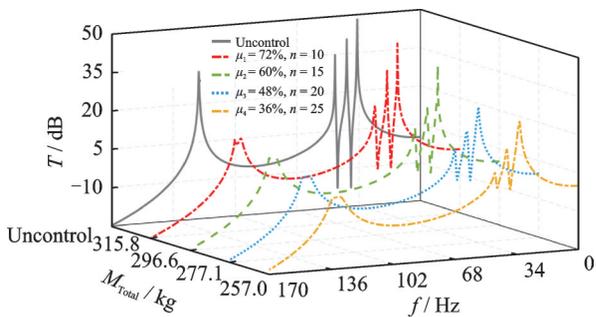


图 9 不同总质量减振系统在全局模态处的力传递率-频率响应对比
Fig. 9 Comparison of force transmissibility-frequency response with different total mass of vibration isolation system for all modes

基于上述分析可以得出结论,对于浮筏隔振系统全部模态的振动,利用 NES 胞元减振可以在更小的系统总质量下拥有更好的振动抑制效果,达到了浮筏隔振结构减重的目的。

4 结 论

(1) 同比改变筏架重量和刚度 K_0 对系统前 3 阶

固有频率影响较小,但对第 4 阶固有频率影响较大,第 4 阶固有频率随着筏架重量的减小而增大。

(2) 通过引入 NES 胞元,可以在降低浮筏隔振系统总重量的同时降低各阶模态共振的力传递率,实现更好的振动抑制效果。

参考文献:

[1] 郭彭,周奇郑,王德石,等. 局域共振浮筏隔振系统的低频隔振性能研究[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(7): 59-67.
GUO Peng, ZHOU Qizheng, WANG Deshi, et al. Research on low-frequency vibration isolation performance of locally resonant floating raft vibration isolation system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(7): 59-67.

[2] NIU J C, SONG K J, LIM C W. On active vibration isolation of floating raft system[J]. Journal of Sound & Vibration, 2005, 285(1-2): 391-406.

[3] 张树桢,陈前. 浮筏隔振系统的非共振响应分析[J]. 振动工程学报, 2014, 27(3): 326-332.
ZHANG Shuzhen, CHEN Qian. The non-resonant response research on flexible floating raft isolation system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(3): 326-332.

[4] 杨睿,王壮,李晓彬,等. 舰艇浮筏隔振系统的发展与趋势[J]. 船舶工程, 2020, 42(7): 28-34.

[5] YANG T J, HUANG D, LI X H, et al. Vibration control of a floating raft system by synchrophasing of electrical machines: an experimental study[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2018, 140(4): 041015.

[6] 王锋,邵海征,崔洪宇. 浮筏隔振系统拓扑优化减重研究[J]. 舰船科学技术, 2019, 41(7): 66-70.
WANG Feng, SHAO Haizheng, CUI Hongyu. Topology optimization weight loss research of the floating raft isolation system[J]. Ship Science and Technology, 2019, 41(7): 66-70.

[7] YANG B B, HU Y F, VICARIO F, et al. Improvements of magnetic suspension active vibration isolation for floating raft system[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2016, 53(2): 193-209.

[8] 徐匡迪,游彩霞,何雪松. 基于 APDL 的潜艇浮筏结构优化设计与分析[J]. 农业装备与车辆工程, 2023, 61(10): 83-87.
XU Kuangdi, YOU Caixia, HE Xuesong. Optimal design and analysis of submarine floating raft structure based on APDL[J]. Agricultural Equipment & Vehicle Engineering, 2023, 61(10): 83-87.

[9] 王壮,朱显明,杨睿,等. 新型桁架箱体浮筏结构重量优化研究[J]. 舰船科学技术, 2021, 43(3): 40-43.
WANG Zhuang, ZHU Xianming, YANG Rui, et al. Research on weight optimization of a new truss box

- floating raft structure [J]. *Ship Science and Technology*, 2021, 43(3): 40-43.
- [10] LEI X F, WU C J, WU H L. A novel composite vibration control method using double-decked floating raft isolation system and particle damper [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(19): 4407-4418.
- [11] DING H, CHEN L Q. Designs, analysis, and applications of nonlinear energy sinks [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100(4): 3061-3107.
- [12] ZANG J, YUAN T C, LU Z Q, et al. A lever-type nonlinear energy sink [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 437: 119-134.
- [13] LI S B, DING H. A cellular strategy for enhancing the adaptability of nonlinear energy sinks to strong excitation [J]. *International Journal of Dynamics and Control*, 2024, 12: 1671-1678.
- [14] TEHRANI G G, DARDEL M. Vibration mitigation of a flexible bladed rotor dynamic system with passive dynamic absorbers [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2019, 69: 1-30.
- [15] ZENG Y C, DING H, DU R H, et al. Micro-amplitude vibration suppression of a bistable nonlinear energy sink constructed by a buckling beam [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 108: 3185-3207.
- [16] WEI Y M, DONG X J, GUO P F, et al. Enhanced targeted energy transfer by vibro impact cubic nonlinear energy sink [J]. *International Journal of Applied Mechanics*, 2018, 10(6): 1850061.
- [17] GENG X F, DING H. Two-modal resonance control with an encapsulated nonlinear energy sink [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 520: 116667.
- [18] GENDELMAN O V, VAKAKIS A F. Introduction to a topical issue ‘nonlinear energy transfer in dynamical and acoustical Systems’ [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2018, 376(2127): 20170129.
- [19] DING H, SHAO Y F. NES cell [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, 43(12): 1793-1804.
- [20] 李猛, 李孙彪, 丁虎. 非线性能量汇胞元减振效率分析 [J]. *力学学报*, 2023, 55(11): 2614-2623.
- LI Meng, LI Sunbiao, DING Hu. Analysis of damping efficiency of nonlinear energy sink cell [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(11): 2614-2623.
- [21] ZHENG H T, MAO X Y, DING H, et al. Distributed control of a plate platform by NES-cells [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2024, 209: 111128.
- [22] WANG H L, DING H. Vibration reduction of floating raft system based on nonlinear energy sinks [J]. *Ocean Engineering*, 2023, 288: 116211.
- [23] 李豫川, 翁泽宇, 唐杰, 等. 柔性基础双层隔振系统隔振效果评价的研究 [J]. *噪声与振动控制*, 2018, 38(6): 172-177.
- LI Yuchuan, WENG Zeyu, TANG Jie, et al. Evaluation of vibration isolation effect of double-layer isolation systems with flexible foundations [J]. *Noise and Vibration Control*, 2018, 38(6): 172-177.
- [24] LU Z Q, BRENNAN M J, CHEN L Q. On the transmissibilities of nonlinear vibration isolation system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 375: 28-37.
- [25] ZANG J, ZHANG Y W, DING H, et al. The evaluation of a nonlinear energy sink absorber based on the transmissibility [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 125: 99-122.

Weight reduction design of floating raft vibration isolation structure by using nonlinear energy sink cell

WANG Hong-li^{1,2}, YIN Xue-wen¹, DING Hu²

(1. China Ship Scientific Research Center, Wuxi 214082, China;

2. School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: Floating raft vibration isolation systems in the ships or submarines have the requirement of low weight and small volume. To reduce the weight of floating raft vibration isolation systems and improve its vibration suppression effect, nonlinear energy sink cell (NES cell) is applied to the structural optimization of the floating raft vibration isolation system. NES cells are placed on all the substructures of the floating raft system. The mechanical model of the floating raft system with four degrees of freedom and the vibration damping system with NES cell are established. The modal analysis of the floating raft system is carried out. The approximate analytical expression of steady-state response for nonlinear system is derived by Harmonic balance method (HBM) and verified by Runge-Kutta (RK). The vibration suppression effect under the different total weight and NES cell number is compared by force transitivity response, and the influence of the NES cell number and total weight of the system for the 1st-order mode is analyzed. The results show that NES cell can effectively improve the vibration suppression efficiency of the floating raft system for all the modes while reducing the total weight of the system and realize the structural optimization of the floating raft system effectively.

Key words: floating raft vibration isolation system; nonlinear energy sink cell; structure optimization; force transmissibility

作者简介: 王红利(2000—),男,硕士研究生。E-mail: 22723948@shu.edu.cn。

通讯作者: 丁 虎(1978—),男,博士,研究员。E-mail: dinghu3@shu.edu.cn。