

电动力绳系卫星系统长期离轨动力学建模与控制 设计方法

颜家慧¹, 陈 提¹, 文 浩¹, 罗操群¹, 彭文轩², 恽卫东²

(1. 南京航空航天大学航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 江苏 南京 210016;

2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201108)

摘要: 本文针对电动力绳系卫星系统的长期离轨问题, 研究离轨过程中系统的非线性动力学建模以及离轨控制设计方法。基于哑铃模型假设, 进行系统的姿态动力学建模。为提高动力学建模精度, 计入电动力、大气阻力和地球 J_2 摄动等动力学载荷对系统轨道运动的影响, 采用修正的非奇异轨道要素描述系统的轨道动力学。针对离轨的动力学控制问题, 提出了常值电流输入、方向可变的电流输入和最优控制三种电流控制设计方法, 通过系绳电流设计调节电动力载荷实现离轨机动。在最优控制设计方法中, 构建了带非线性约束的动力学反问题, 基于非线性规划算法求解该反问题, 得到最优控制参考轨迹, 通过闭环反馈跟踪修正电流进行离轨。另外, 提出了一种基于能量的电流开关控制策略辅助离轨, 以保持系统姿态稳定和高效地利用电动力。为高效离轨对系统进行了动力学设计, 并通过仿真算例对比分析了控制方法的离轨效率, 验证了控制方法的有效性。

关键词: 绳系卫星系统; 电动力; 最优控制; 长期离轨

中图分类号: O313.7; V412.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)10-1792-11

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.10.018

引 言

近年来, 由于太空技术发展与其成本的下降, 世界各国进行了多次太空任务, 产生的太空垃圾飞速增长, 其对在轨航天器和地球环境的威胁不可忽视。为清除太空垃圾, 学者们提出了多种解决方案, 如太阳帆、机械臂和绳网捕捉等, 以实现太空环境的清理, 降低在轨航天器的碰撞风险^[1-3]。其中, 电动力绳系卫星技术因无需消耗推进剂、绿色环保、易于实现和成本低等优点受到广泛关注。不同于其他需要额外推力的清理方式, 电动力绳系卫星系统利用导电系绳切割地磁场, 产生电动力作为动力实现空间碎片的离轨机动^[4-7]。然而, 当电动力绳系卫星系统在倾斜轨道上离轨时, 电动力会不断向系统注入能量, 导致系绳产生大幅度的摆动, 影响运动稳定性^[8-9]。另外, 考虑到电-磁耦合、环境摄动影响以及姿态运动和轨道运动间的耦合作用^[10-12], 电动力绳系卫星系统的在轨运动呈现出强非线性, 给系统的稳定离轨机动带来困难。

为解决这些问题, 国内外学者针对电动力绳系卫星系统的离轨动力学与控制进行了深入研究。

Corsi 等^[13]曾提出一种基于李雅普诺夫/哈密顿函数的电流开关控制方法来调节电流以限制系绳摆动。Williams^[14-15]基于能量率反馈机制设计了一种跟踪控制方法, 基于系绳实际的摆动能量速率与参考轨迹进行反馈控制, 实现系绳摆动的长期稳定; 随后, 又提出了时域差分速度最优控制方法以及时滞摆动速率预测反馈电流控制, 结合 Chebyshev-Gauss-Lobatto 伪谱法解决最优轨道转移过程中系统电流的快速调节问题。Kojima 等^[16]研究了电动力绳系系统在椭圆轨道上的混沌摆动, 基于系统的局部稳定性提出了时滞速率反馈电流控制方法, 在增强系统鲁棒性的同时减少了控制功耗。张健等^[17]针对电动力绳系卫星系统的轨道机动问题, 设计了常值电流控制、Bang-Bang 式可变电流控制和傅里叶形式电流控制三种不同的电流控制方法。Li 等^[18]采用退步控制与滑模控制相结合的非线性控制方法来减小系统的摆角, 提高系统的鲁棒性。Wen 等^[19]针对电动力绳系卫星系统的离轨问题, 提出了系绳电流的模型预测控制方法和自适应增益策略来稳定系绳摆动; 此外, 基于电动力绳系卫星非奇异动力学模型, 设计了一种基于能量方法的摆动抑制控制方法^[20]。Luo 等^[21]提出了一种基于能量率的闭环跟踪控制方法,

收稿日期: 2024-05-19; 修订日期: 2024-07-15

基金项目: 国防科技工业局空间碎片专项资助项目(KJSP2020010301)。

通过跟踪轨道周期解来降低计算难度,从而实现系统的长期离轨。上述研究大多关注离轨过程系绳摆动的稳定控制,未考虑长期离轨过程中控制方案的离轨效率。

本文关注电动力绳系系统长期高效离轨过程中的动力学与控制问题。为研究电动力绳系卫星长期离轨过程的动力学问题,本文基于哑铃模型假设建立系统的姿态动力学模型,采用非奇异轨道参数描述系统轨道运动,同时计入电动力、大气阻力和地球 J_2 摄动的影响。针对系统的长期离轨控制问题,基于电流开关控制和最优控制提出了多种控制设计方法,并通过对比分析研究了不同控制设计方法下电动力绳系卫星系统的离轨效率。在保证离轨稳定性的同时,通过设计控制参数,提高离轨效率,实现系统的长期稳定离轨。

1 动力学模型

本文关注的电动力绳系卫星系统由主星 M、子星 S 以及连接主星和子星的电动力系绳 t 组成。假设系统质心运行在开普勒倾斜轨道上。主星、子星和系绳的质量分别为 m_M, m_S 和 m_t , 且系绳长度为 l 。基于哑铃模型假设建立系统动力学模型,忽略卫星姿态和系绳柔性。在长期离轨过程中,系统的运动可分为慢变的轨道运动及快变的姿态运动,下面从这两方面建立系统的动力学模型。

1.1 轨道运动

采用地球地心惯性坐标系来描述系统的轨道运动。图 1 为简化后的系统示意图,其中, O_1 表示地球质心, X 轴指向春分点方向, Z 轴为地球自转方向, Y 轴方向垂直于 X-Z 平面。

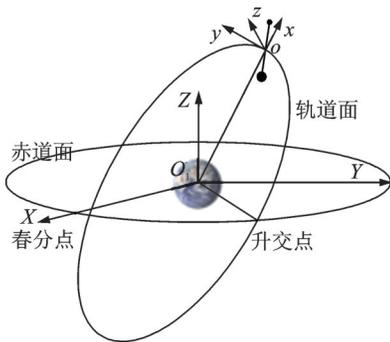


图 1 电动力绳系卫星系统

Fig. 1 The electrodynamic tethered satellite system

由于基于经典轨道根数的轨道方程在偏心率为 0 以及轨道倾角为 0° 或 90° 时会产生奇异现象,故在描述轨道运动时,采用修正的非奇异轨道参数建立

系统的轨道运动方程。非奇异轨道参数 $(p, f, g, h, k, L)^T$ 为:

$$\begin{aligned} p &= a(1 - e^2), f = e \cos(\omega + \Omega), \\ g &= e \sin(\omega + \Omega), h = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \cos \Omega, \\ k &= \tan\left(\frac{i}{2}\right) \sin \Omega, L = \Omega + \omega + \nu \end{aligned} \quad (1)$$

式中 轨道半长轴 a 、轨道倾角 i 、轨道偏心率 e 、升交点赤经 Ω 、近地点辐角 ω 和真近点角 ν 为经典轨道根数。

用高斯变化方程表示系统轨道根数随时间的变化^[19]:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{dp}{dt} = \frac{2p}{w} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \Delta_y, \\ \dot{f} &= \frac{df}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ \Delta_x \sin L + [(\omega + 1) \cos L + \right. \\ &\quad \left. f] \frac{\Delta_y}{w} - (h \sin L - k \cos L) \frac{g \Delta_z}{w} \right\}, \\ \dot{g} &= \frac{dg}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ -\Delta_x \cos L + [(\omega + 1) \sin L + \right. \\ &\quad \left. g] \frac{\Delta_y}{w} + (h \sin L - k \cos L) \frac{g \Delta_z}{w} \right\}, \\ \dot{h} &= \frac{dh}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{s^2 \Delta_z}{2w} \cos L, \\ \dot{k} &= \frac{dk}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{s^2 \Delta_z}{2w} \sin L, \\ \dot{L} &= \frac{dL}{dt} = \sqrt{\mu p} \left(\frac{w}{p}\right)^2 + \\ &\quad \frac{1}{w} \sqrt{\frac{p}{\mu}} (h \sin L - k \cos L) \Delta_z \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} w &= 1 + f \cos L + f \sin L, \\ s^2 &= 1 + h^2 + k^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 “ $\dot{\cdot}$ ”表示对时间 t 的导数; $\Delta = (F_1 + F_{AS})/m + \Delta_{J_2}$ 为摄动力引起的系统摄动加速度,其中, F_1 为电动力, F_{AS} 为大气阻力摄动, Δ_{J_2} 为地球引力场不均匀性导致的 J_2 摄动,各摄动力的具体描述见附录, $m = m_M + m_S + m_t$ 为系统总质量; $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 分别为摄动加速度 Δ 在轨道坐标系三个主轴上的投影分量; $\mu = 3.986004 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$ 为地球引力常数。

1.2 姿态运动

采用参考轨道坐标系 O_2 -xyz 来描述系统的姿态运动,如图 2 所示。 O_2 表示系统质心, O_2x 轴和 O_2y

轴分别指向天顶和系统飞行方向, O_2z 轴与 O_2x 轴和 O_2y 轴形成右手坐标系。系统相对于轨道坐标系的瞬时姿态可由俯仰角 θ 以及滚转角 φ 描述。

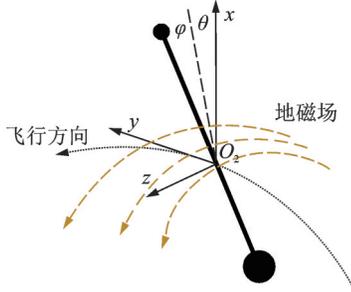


图2 系统轨道坐标系

Fig. 2 The orbital frame of the tethered satellite system

系统的动能由系统牵连运动动能 T_e 、系统绕质心相对转动动能 T_r^r 以及系统相对质心径向运动动能 T_r^n 组成,总动能表示为:

$$T_k = T_e + T_r^r + T_r^n = \frac{1}{2} m (\dot{R}^2 + \omega_o^2 R^2) + \frac{1}{2} m^* l^2 [\dot{\varphi}^2 + (\dot{\theta} + \omega_o)^2 \cos^2 \varphi] + \frac{1}{2} \frac{m_M (m_S + m_t)}{m} \dot{j}^2 \quad (4)$$

其中:

$$m^* = \frac{\left(m_M + \frac{m_t}{2}\right) \left(m_S + \frac{m_t}{2}\right)}{m} - \frac{m_t}{6} \quad (5)$$

式中 $\omega_o = \dot{\nu} = \sqrt{\mu R} / [(1+e)R]^2$ 为轨道坐标系角速率; R 为系统质心相对于地球质心的运行半径。

系统的势能主要是指重力势能 V_g 。假设系统由无数质点组成,其中任一质点 m_i 相对于系统质心的位置向量为 r_i ,则系统势能为:

$$V_p = V_g = -\mu \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\|R + r_i\|}, \quad n = \infty \quad (6)$$

式中 $\| \cdot \|$ 表示向量的二范数算子。由于绳长远小于轨道半径,即 $\|r_i\| \ll R$,对式(6)展开并省略 x_i/R , y_i/R , z_i/R 的二次以上项,得到系统势能的简化公式:

$$V_g \approx -\mu \frac{m}{R} + \frac{\mu m^* l^2}{2R^3} (1 - 3 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi) \quad (7)$$

根据第二类拉格朗日 Lagrange 方程,建立系统的姿态运动控制方程^[22]:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= -\alpha + 2(\dot{\theta} + \omega_o) \dot{\varphi} \tan \varphi - 3\mu R^{-3} \sin \theta \cos \theta + \\ & Q_\theta / (m^* l^2 \cos^2 \varphi), \\ \ddot{\varphi} &= -\left[(\dot{\theta} + \omega_o)^2 + 3\mu R^{-3} \cos^2 \theta \right] \sin \varphi \cos \varphi + \\ & Q_\varphi / (m^* l^2) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 Q_θ 和 Q_φ 分别表示电力与大气阻力在俯仰角方向和滚动角方向产生的广义力矩,且有:

$$\alpha = -\frac{2(f \sin L - g \cos L) \omega^2}{1 + f \cos L + g \sin L} \quad (9)$$

B 表示轨道坐标系下的局部地磁强度,通过虚功原理推导出由洛伦兹力引起的广义扭矩 $Q_{E\theta}$ 与 $Q_{E\varphi}$:

$$\begin{aligned} Q_{E\theta} &= \left[(\mathbf{e}_t \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial \theta} \right] C_m, \\ Q_{E\varphi} &= \left[(\mathbf{e}_t \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial \varphi} \right] C_m \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$C_m = \frac{1}{2m} (m_M - m_S) l^2 I \quad (11)$$

其中, \mathbf{e}_t 为从主星 M 指向子星 S 的系绳方向单位矢量,可表示为:

$$\mathbf{e}_t = \cos \varphi \cos \theta \mathbf{e}_x + \cos \varphi \sin \theta \mathbf{e}_y + \sin \varphi \mathbf{e}_z \quad (12)$$

大气阻力引起的广义扭矩 $Q_{D\theta}$ 与 $Q_{D\varphi}$ 可分别表示为:

$$\begin{aligned} Q_{D\theta} &= \left[F_M (-s_1) + F_S s_2 + F_t \left(s_2 - \frac{l}{2} \right) \right] \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial \theta}, \\ Q_{D\varphi} &= \left[F_M (-s_1) + F_S s_2 + F_t \left(s_2 - \frac{l}{2} \right) \right] \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (13)$$

式中 F_M, F_S 与 F_t 分别为主星、子星与系绳各部分所受大气阻力; s_1, s_2 可分别表示为:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{m_M + m_t/2}{m} l, \\ s_2 &= \frac{m_S + m_t/2}{m} l \end{aligned} \quad (14)$$

基于上述内容,式(2)和(8)描述了系统的完整动力学模型。

2 控制设计方法

本节针对电动力绳系卫星系统长期离轨给出三种不同的控制设计方案,分别是:包括常值电流输入与方向可变的电流输入的直接控制设计方案,以及最优控制设计方案。

2.1 直接控制设计方案

在直接控制设计方案中,给出一种基于能量的电流开关控制策略,其原理是通过主动控制电动力系绳上产生的电力来实现系绳上的阻尼注入,控制系绳摆动,同时最大化洛伦兹力对系统的离轨作用。

引入两种参数^[23]:

$$\begin{aligned} C_\theta &= E_m \cdot \left[(\mathbf{e}_t \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial \theta} \right] \cdot \dot{\theta} = C_1 \cdot \dot{\theta}, \\ C_\varphi &= E_m \cdot \left[(\mathbf{e}_t \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial \varphi} \right] \cdot \dot{\varphi} = C_2 \cdot \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $\dot{\theta}$ 与 $\dot{\varphi}$ 表示摆角的方向; $E_m = (\mathbf{v}_{\text{rel}} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{e}_t$ 为感生电势, 其中 $\mathbf{v}_{\text{rel}} = \mathbf{v}_{\text{sys}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}$ 为系统相对于地球的轨道速度; C_1 与 C_2 表示广义力相对于摆角的方向。

电流控制律为:

$$\begin{cases} I = I_0, & \text{if } (|\theta| \leq \chi \text{ and } |\varphi| \leq \chi) \text{ or } (C_\theta + C_\varphi < 0) \\ I = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

当且仅当系绳摆角均小于固定值 χ 或两种广义力对系绳摆动的瞬时总功率为负时, 打开电流。

根据轨道特性给出常值电流输入, 其电流大小与电流方向均保持恒定, 给出电流:

$$I = I_0 \quad (17)$$

记该常值电流输入方案为控制方案 1。

电力绳系卫星系统离轨机动过程中由于电力产生的耗散功率^[24]为:

$$P = \int_0^t \mathbf{v}_{\text{rel}} \cdot dF_l = - \int_0^t \mathbf{v}_{\text{rel}} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{e}_t) Ids - \int_0^t (\mathbf{v}_{\text{rel}} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{e}_t Ids = - \int_0^t E_m Ids \quad (18)$$

式中 F_l 表示电力。当感生电势与电流同向时, 所产生的耗散功率为负, 即电力对系统做负功。据此, 给出方向可变的电流输入:

$$I(t) = |I_0| \cdot \text{sgn}(E_m) \quad (19)$$

记该可变电流输入方案为控制方案 2。

2.2 最优控制设计方案

在本节中, 基于两体电力绳系卫星系统的简单哑铃模型, 设计离轨过程中的最优控制设计方案。在最优控制设计方案中, 将系统的离轨问题建立为带非线性约束的优化问题, 通过优化给定的性能指标函数, 规划系统状态变量和设计控制输入使系统最终达到期望的目标状态。最优控制设计方案通过控制设计调节系统特性, 属于动力学反问题的范畴^[25]。

为简化计算并保持磁场精度, 在最优控制模型中采用非倾斜偶极子模型描述地磁场, 地磁场强度在轨道系中表示为:

$$\begin{aligned} B_x &= -2 \frac{\mu_m}{R^3} [\sin \nu \sin i \cos \beta_m + \sin \beta_m (\cos \lambda_m \cos \nu + \sin \lambda_m \sin \nu \cos i)], \\ B_y &= \frac{\mu_m}{R^3} [\cos \nu \sin i \cos \beta_m - \sin \beta_m (\cos \lambda_m \sin \nu - \sin \lambda_m \cos \nu \cos i)], \\ B_z &= \frac{\mu_m}{R^3} (\cos i \cos \beta_m - \sin \beta_m \sin i \sin \lambda_m) \end{aligned} \quad (20)$$

式中 $\lambda_m = \alpha_m + \theta_s(t) - \Omega$ 。 α_m 为地磁场轴的赤经; $\theta_s(t)$ 表示格林尼治恒星时, $\mu_m = 8 \times 10^6 \text{ T} \cdot \text{km}^3$ 为地球磁偶极子强度。初始参数选定为:

$$\alpha_m \approx 256^\circ, \beta_m \approx 11.7^\circ, \theta_s(0) = 0^\circ \quad (21)$$

引入状态向量:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi})^T \quad (22)$$

引入无量纲变换 $(\cdot)' = \frac{d(\cdot)}{d\nu} = \frac{d(\cdot)}{\omega dt}$, 系统的无量

纲姿态动力学方程可以写成状态空间形式:

$$x_1' = x_3, x_2' = x_4,$$

$$x_3' = 2(x_3 + 1) \left[\frac{e \sin \nu}{1 + e \cos \nu} + x_4 \tan x_2 \right] -$$

$$\frac{3}{1 + e \cos \nu} \sin x_1 \cos x_1 + \bar{Q}_\theta,$$

$$x_4' = \frac{2ex_4 \sin \nu}{1 + e \cos \nu} - [(x_3 + 1)^2 +$$

$$\frac{3}{1 + e \cos \nu} \cos^2 x_1] \sin x_2 \cos x_2 + \bar{Q}_\varphi \quad (23)$$

\bar{Q}_θ 与 \bar{Q}_φ 为电力产生的广义力矩:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_\theta &= \{ [(\cos(\omega + \nu) \sin i \cos \beta_m + \sin \beta_m \cos(\omega + \nu) \cos i \sin \lambda_m - \sin \beta_m \sin(\omega + \nu) \cos \lambda_m) \sin x_1 - \\ &2(\sin \beta_m \sin(\omega + \nu) \cos i \sin \lambda_m + \sin \beta_m \cos(\omega + \nu) \cos \lambda_m + \sin(\omega + \nu) \cdot \sin i \cos \beta_m) \cos x_1] \tan x_2 + \sin i \sin \beta_m \sin \lambda_m - \\ &\cos i \cos \beta_m \} u / (1 + e \cos \nu), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_\varphi &= \{ 2[\sin(\omega + \nu) \sin i \cos \beta_m + \sin \beta_m \cdot \sin(\omega + \nu) \cos i \sin \lambda_m + \sin \beta_m \cdot \cos(\omega + \nu) \cos \lambda_m] \sin x_1 + [\cos(\omega + \nu) \cdot \sin i \cos \lambda_m + \sin \beta_m \cos(\omega + \nu) \cos i \sin \lambda_m - \sin \beta_m \sin(\omega + \nu) \cos \lambda_m] \cos x_1 \} u / (1 + e \cos \nu) \end{aligned} \quad (24)$$

上述方程可以记为:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, \nu) \quad (25)$$

定义控制输入变量:

$$\begin{aligned} u &= C_u I, \\ C_u &= \mu_m \frac{(m_M - m_S)}{2mm^* \mu} \end{aligned} \quad (26)$$

将非线性最优控制问题按照数学形式表述为:

$$\text{find } [\nu_0, \nu_f] \ni \nu \leftarrow \{ \mathbf{x}, u \},$$

$$\text{to minimize } J = \int_{\nu_0}^{\nu_f} f_F(\mathbf{x}, u, \nu) d\nu,$$

$$\text{subject to } \mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, \nu),$$

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max},$$

$$u_{\min} = -C_u I_{\max}, u_{\max} = C_u I_{\max} \quad (27)$$

式中 控制周期从 ν_0 到 ν_f 时刻结束, I_{\max} 为最优控制中的最大系绳电流输入; J 为目标函数; f_F 为拉格朗日形式的性能指标函数。考虑离轨效率与系统的稳定性, 设计性能指标函数为:

$$f_F = \theta^2 + \varphi^2 + k_0^4 C_p F_l^T \mathbf{v}_{\text{rel}} \quad (28)$$

式中 $C_p = \frac{C_u \chi p^3 s^2}{\mu_m l}$, $\chi = \sqrt{\frac{p}{\mu}}$; $F_l^T \mathbf{v}_{\text{rel}}$ 表示系统的

洛伦兹力所做的离轨功; v_{rel} 为系统沿飞行方向的速度; $k_0 = 1 + e \cos[\theta_s(t)]$ 为权系数。另外,性能指标函数中的第一和第二项在离轨过程中对系绳摆角起抑制作用,第三项用于系统的高效离轨。各项的增益系数通过反复计算确定,旨在保证姿态稳定性的同时,获得较高的离轨效率。在求解过程中,利用勒让德-高斯伪谱法将连续时间的非线性最优控制问题离散化为非线性规划的离散参数优化问题。得到的离散参数优化问题基于 MATLAB 的软件 GPOPS 进行求解。

为简化计算与控制流程,采用时间尺度分离的概念进行最优控制方案设计,如图 3 所示。在较短的时间域内,相对于系统的姿态运动,系统的轨道参数变化非常缓慢从而可以忽略不计。为提高计算效率,在计算最优控制轨迹时,忽略系统的轨道参数变化,将系统的轨道参数设定为常数,仅考虑系统的姿态变化。而在计算整个离轨过程时,考虑系统完整的轨道动力学和姿态动力学。在进行离轨控制时,基于最优控制计算得到参考轨迹,引入跟踪控制算法以修正轨道动力学产生的误差,实现稳定的离轨机动。

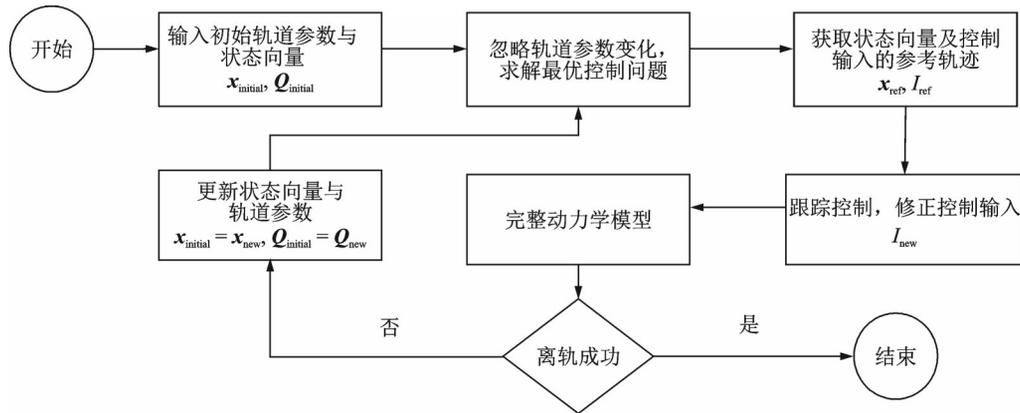


图 3 控制流程图

Fig. 3 Flowchart of the control strategy

将基于最优控制设计方案得到的参考电流控制输入应用在系统的完整动力学模型上时,需考虑轨道参数变化对系统姿态动力学的影响。当轨道参数变化时,为保持系统姿态稳定,对参考的电流输入进行跟踪修正,所设计的电流的跟踪控制律为:

$$I_H = \begin{cases} 0, & \text{if } Q_H = 0, H = \theta, \varphi \\ f_i, & \text{else} \end{cases}, \quad I_{new} = I_{ref} + I_\theta + I_\varphi \quad (29)$$

且有:

$$f_i = \frac{1}{Q_H} [k_H(H_{initial} - H_{ref}) + k_{\dot{H}}(\dot{H}_{initial} - \dot{H}_{ref})] \quad (30)$$

式中 k_H 与 $k_{\dot{H}}$ 为控制增益, $H_{initial}$ 与 $\dot{H}_{initial}$ 分别表示系绳初始摆动角和摆动角速度, H_{ref} 与 \dot{H}_{ref} 表示系绳参考摆动角和摆动角速度, I_{ref} 表示最优控制方法得到的参考控制电流, I_θ 和 I_φ 表示用于对系绳俯仰角

和滚转角方向运动误差修正的控制电流, I_{new} 为修正的控制电流输入, Q_H 可表示为:

$$Q_H = \frac{(m_M - m_S) \left[(e_t \times B) \cdot \frac{\partial e_t}{\partial H} \right]^2}{2m}; H = \theta, \varphi \quad (31)$$

记最优控制设计方案为控制方案 3。

3 算例研究

本节通过对几种不同轨道工况进行数值仿真,进而分析三种控制设计的离轨效果。所有算例均在 MATLAB (R2023a) 上进行,数值模拟通过 ode45 求解。

表 1 给出了系统的物理参数,表 2 给出了两种不同工况下系统的初始轨道参数。

表 1 系统物理参数

Tab. 1 Physical parameters of the system

主星质量	子星质量	系绳长度	系绳密度	主星迎风面面积	子星迎风面面积	阻力系数	主星质量
600.0 kg	0.8 kg	1.0 km	$1.0 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$	2.8 m × 1.6 m	0.5 m × 0.3 m	2.2	600.0 kg

表 2 系统初始轨道参数

Tab. 2 The initial orbital parameters of the system

工况	轨道半长轴/km	轨道偏心率	升交点赤经/(°)	轨道倾角/(°)	真近点角/(°)	近地点辐角/(°)	轨道半长轴/km
工况 1	500	0	0	44	0	0	500
工况 2	500	0	0	65	0	0	500

在直接控制设计方案中,设置电流数值均为 0.1 A。

另外,在最优控制设计方案中,控制参数设置为:

$$I_{\max} = 0.1A, k_H = k_{\dot{H}} = 0.1 \quad (32)$$

三种控制方案的系统初始摆角与摆角速度,即初始状态参数均设置为 0。

在仿真过程中,将轨道半长轴下降至 450 km 视为任务目标。在 44°倾角轨道和不同摆角限制情况下,表 3 给出了系统在控制方案 1 与控制方案 2 作用下的离轨时间。可以发现,两种直接控制设计方案效果基本相同。图 4 给出了不同控制方案的离轨时间。需要注意的是,最优控制设计方案中在利用跟踪控制律控制电流时,未设置摆角限制,因此系统在控制方案 3 作用下的离轨时间保持定值。关注控制方案 1,表 3 仅给出了摆角限制从 12°增长至 18°时系统的离轨时间,这是由于继续增大摆角限制,系统会由于电力作用而失稳。将 12°摆角限制下控制设计方案 1 所消耗的离轨时间作为基准进行对比,如表 3 所示,效率栏中的数值表示相应工况的效率变化,其中“+”代表效率的提升。

表 3 不同摆角限制下控制方案 1 与控制方案 2 的离轨时间
Tab. 3 Deorbiting time under different restriction of libration angles of control strategies 1 and 2

摆角限制/(°)	控制方案 1	效率	控制方案 2	效率
12	144.91 天	基准	144.68 天	+0.16%
15	135.87 天	+6.24%	135.90 天	+6.22%
18	128.24 天	+11.50%	127.03 天	+12.34%
21	—	—	120.96 天	+16.53%
25	—	—	116.65 天	+19.50%

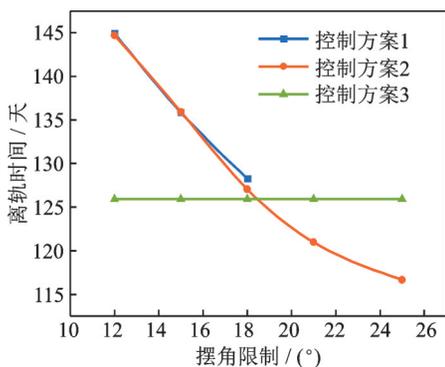


图 4 44°倾角轨道不同控制方案的离轨时间
Fig. 4 Deorbiting time under different control strategies in 44° inclined orbit

图 5 为不同控制方案作用下系统的轨道半长轴变化曲线,其中控制方案 1 和控制方案 2 的摆角限制为 18°。可以看出,此时三种控制方案的效率接近一

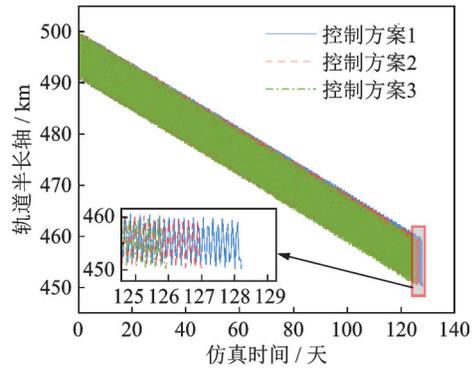


图 5 44°倾角轨道不同控制方案的轨道半长轴变化
Fig. 5 Semimajor axis variation of orbit under different control strategies in 44° inclined orbit

致。图 6 给出了摆角限制增大到 21°时,系统在控制方案 1 作用下的俯仰角变化曲线。可以发现,系绳摆角迅速增大,导致系统失稳。从图 7 中可以看出,当摆角限制为 30°时,控制方案 2 作用下的系统发生翻滚。结果表明,对于在相同轨道倾角下的系统,控制方案 2 较控制方案 1 有更大的摆角限制阈值。另外可以发现,在保证系统稳定的情况下,增大摆角限制阈值,可以有效提高直接控制设计方案的离轨效率。

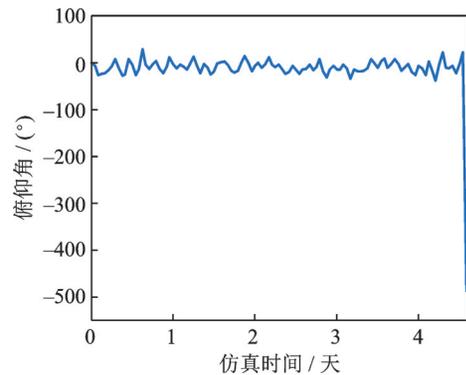


图 6 44°倾角轨道控制方案 1 的俯仰角变化
Fig. 6 The pitch angle variation under control strategy 1 in 44° inclined orbit

图 8 给出了 44°轨道倾角时,不同控制方案的电流变化对比,其中控制方案 1 和 2 的摆角限制为 18°。

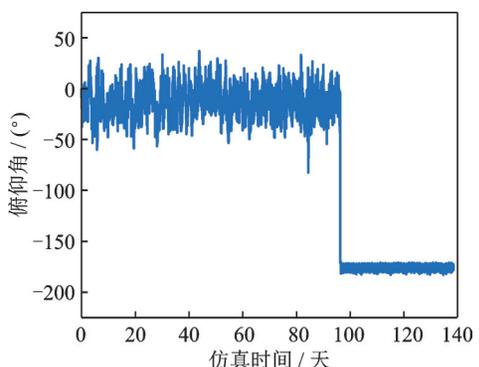


图 7 44°倾角轨道控制方案 2 的俯仰角变化
Fig. 7 The pitch angle variation under control strategy 2 in 44° inclined orbit

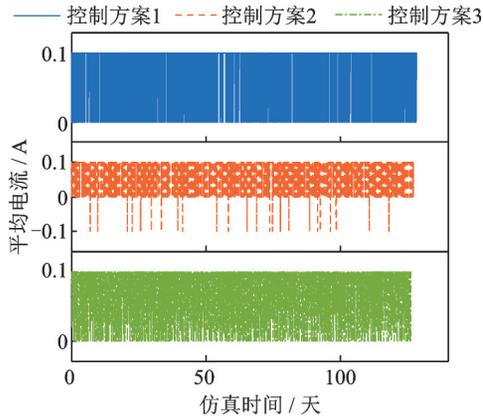


图 8 44°倾角轨道不同控制方案的电流变化

Fig. 8 Current variations under different control strategies in 44° inclined orbit

图 9 和 10 描述了摆角限制分别为 18°和 25°时,控制方案 2 和控制方案 3 的摆角对比。在 44°倾角的轨道中,控制方案 3 的离轨时间为 125.92 天,相对于基准离轨时间,效率提升 13.10%。当控制方案 2 摆角限制为 18°时,控制方案 3 的系绳摆角相对于控制方案 2 更小,且离轨效率更高。当控制方案 2 摆角限制增大至 25°时,系统离轨效率提高,但系绳最大摆角增大至 50°左右时,系统稳定性较差。基于上述结果可

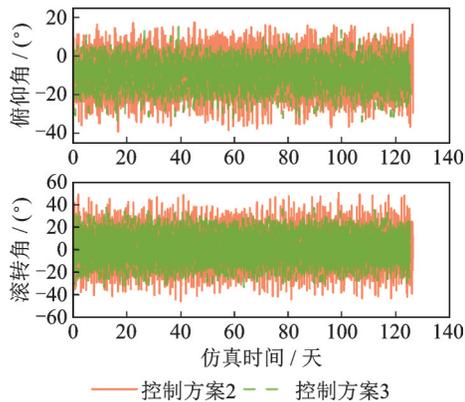


图 9 18°摆角限制控制下方案 2 和 3 的摆角变化

Fig. 9 Time-histories of the libration angles of control strategies 2 and 3 under restriction of 18°

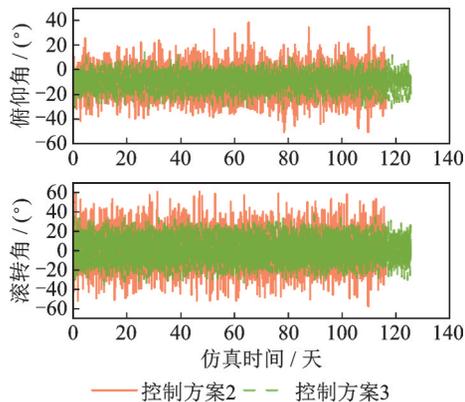


图 10 25°摆角限制下控制方案 2 和 3 的摆角变化

Fig. 10 Time-histories of the libration angles of control strategies 2 and 3 under restriction of 25°

以发现,当摆角限制大于 18°以后,控制方案 1 的离轨效率优于最优控制设计方案。这是由于最优控制设计方案综合考虑了系统稳定性和高效离轨。尽管在最优控制设计方案中未设置摆角约束,但由于所设计的目标函数,得到的电流控制输入也被用于稳定系绳姿态,不是完全用于系统离轨。从图 9 和 10 中可以发现,最优控制设计方案下的系绳摆角幅值较小,系统稳定性较好。因此,最优控制设计方案可以有效稳定系统姿态并使系统快速离轨,基于该方案得到的离轨天数是综合考虑系统稳定性和高效离轨得到的离轨时长。

考虑位于 65°倾角轨道上的系统,表 4 给出了不同摆角限制下控制方案 1 与 2 系统离轨时间的对比结果。另外,图 11 中给出了不同控制方案下的离轨时间曲线。可以发现,在摆角限制为 18°时,控制方案 2 有较高的离轨效率。与轨道倾角 44°的情况类似,当摆角限制大于 12°时,在控制方案 1 作用下系统会发生失稳,因此表 4 仅给出了摆角限制 12°时控制方案 1 的离轨时间。值得注意的是,控制方案 2 在摆角限制为 18°时有最高的离轨效率,这是由于系绳姿态、电流与磁场的非线性耦合关系,使控制方案 2 在 65°轨道倾角和 18°摆角限制情况下有最高的电流利用效率,此时系绳电流的作用时间更久,可以更快地使系统离轨。

表 4 不同摆角限制下控制方案 1 与控制方案 2 的离轨时间
Tab. 4 Deorbiting time under different restriction of libration angles of control strategies 1 and 2

摆角限制	控制方案 1	效率	控制方案 2	效率
12°	230.86 天	基准	174.24 天	+24.53%
15°	—	—	158.29 天	+31.43%
18°	—	—	150.61 天	+34.76%
21°	—	—	153.68 天	+33.43%

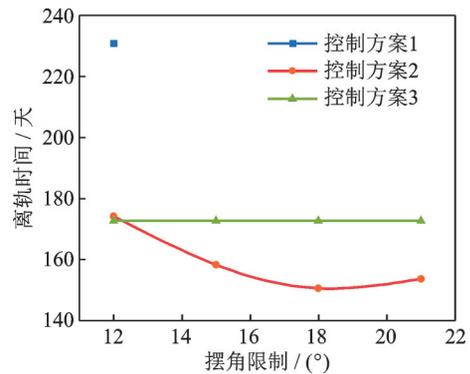


图 11 65°倾角轨道不同控制方案的离轨时间

Fig. 11 Deorbiting time under different control strategies in 65° inclined orbit

图 12 给出了不同控制方案下系统的轨道半长轴变化曲线,其中直接控制设计方案的摆角限制为

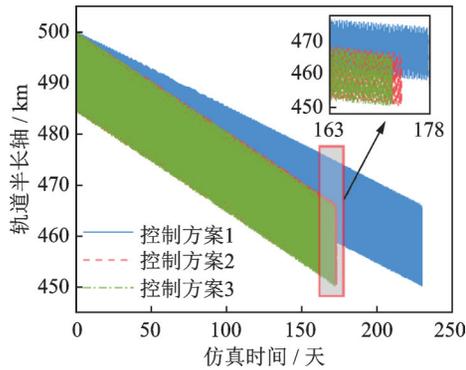


图 12 65°倾角轨道不同控制方案的轨道半长轴变化

Fig. 12 Semimajor axis variation of orbit under different control strategies in 65° inclined orbit

12°。可以看出,控制方案 2 与控制方案 3 的效率接近一致,相对控制方案 1 有明显的效率提升。图 13 给出了控制方案 2 与控制方案 3 的轨道半长轴高度变化。此时摆角限制为 18°,可以发现控制方案 2 较控制方案 3 的离轨效率更高。

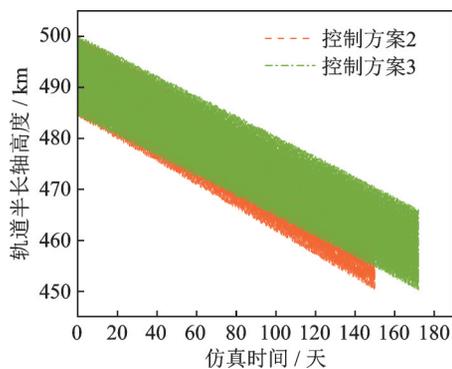


图 13 65°倾角轨道控制方案 2 与 3 的轨道半长轴高度变化

Fig. 13 Semimajor axis height variation of orbit under control strategies 2 and 3 in 65° inclined orbit

如图 14 所示,当摆角限制增大到 15°时,控制方案 1 作用下系绳的俯仰角会急剧增大,表明系绳在俯仰方向形成了旋转运动,系统姿态无法稳定。对比图 4 和 11 可以发现,降低轨道倾角可以提高不同控制方案下系统的离轨效率。

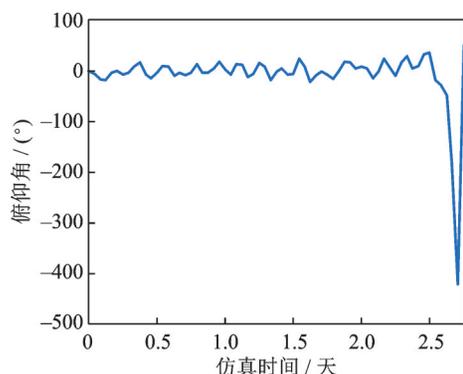


图 14 65°倾角轨道控制方案 1 的俯仰角变化

Fig. 14 The pitch angle variation under control strategy 1 in 65° inclined orbit

图 15 为不同控制方案下的电流变化对比,其中直接控制设计方案的摆角限制为 12°。图 16 给出了摆角限制为 12°时,系统在控制方案 1 和控制方案 2 下的俯仰角与滚转角变化曲线。结合表 4,控制方案 2 相对于控制方案 1 表现出更好的稳定性、更高的离轨效率以及更大的摆角限制阈值。

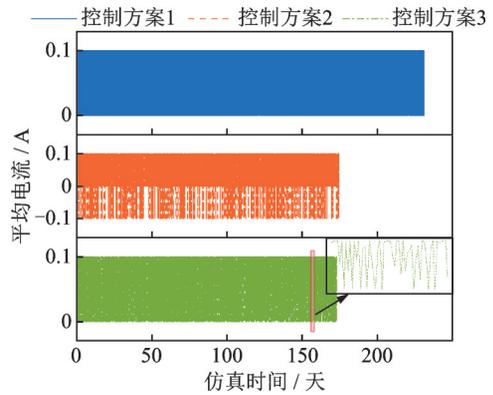


图 15 65°倾角轨道不同控制方案的电流变化

Fig. 15 Current variations under different control strategies in 65° inclined orbit

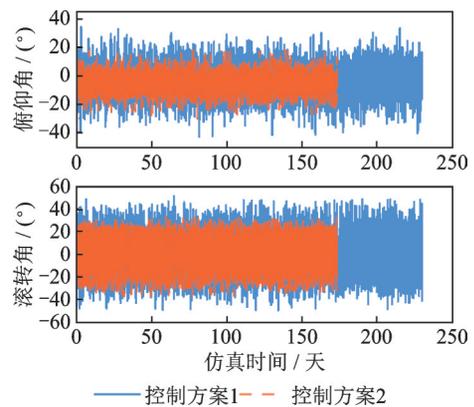


图 16 12°摆角限制下控制方案 1 和 2 的摆角变化

Fig. 16 Time-histories of the libration angles of control strategies 1 and 2 under restriction of 12°

图 17 给出了摆角限制为 12°时,系统在控制方

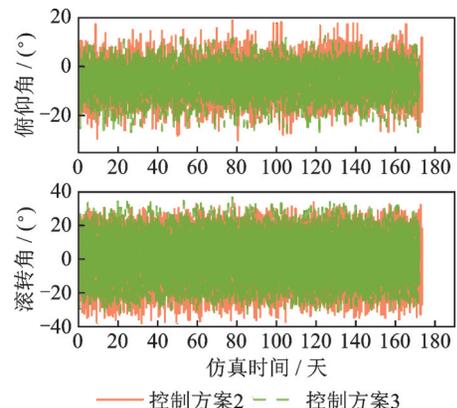


图 17 12°摆角限制下控制方案 2 和 3 的摆角变化

Fig. 17 Time-histories of the libration angles of control strategies 2 and 3 under restriction of 12°

案 2 和控制方案 3 下的俯仰角与滚转角变化曲线。在 65° 倾角的轨道中,控制方案 3 的离轨时间为 172.74 天,相对于基准离轨时间,效率提升 25.18%。可以发现,控制方案 3 在保持系统稳定的同时,有较短的离轨时间。图 18 表明,通过增大摆角限制阈值,控制方案 2 可以获得较高的离轨效率,但系绳摆角会因此增大。

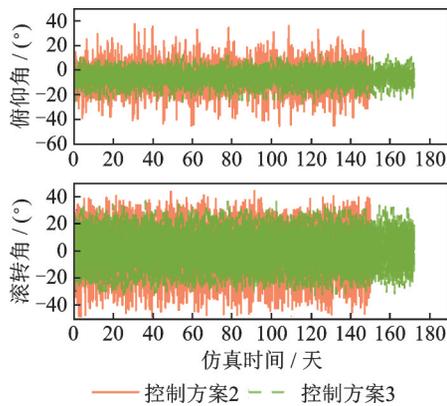


图 18 18° 摆角限制下控制方案 2 和 3 的摆角变化

Fig. 18 Time-histories of the libration angles of control strategies 2 and 3 under restriction of 18°

4 结 论

本文针对电动力绳系卫星系统的长期离轨动力学与控制问题,建立了考虑多种摄动力的精确动力学模型,提出了多种电流控制设计方法用于高效离轨。通过仿真对比分析,方向可变的电流控制方法相对于常值电流控制方法,表现出更好的稳定性与更高的离轨效率。在直接控制设计方案中,为防止系绳摆角过大,提出了根据摆角是否超过限制阈值判断电流开关的控制策略,以维持系统稳定性。结果表明,通过增大摆角限制阈值,可以在保证系统稳定性的同时,有效提高离轨效率。需要注意的是,在增大系绳摆角限制时,需考虑系统稳定性。当摆角限制阈值过高时,系统可能会发生失稳,从而导致离轨效率降低。在所提出的控制设计方法中,最优控制设计方案可以有效限制系绳摆角,具有较好的系统稳定性,并且具有较高的离轨效率。

本文在进行离轨效率分析时,仅从控制参数设计进行考虑,后续研究可分析主子星质量比等物理参数对系统离轨效率的影响,针对系统物理参数进行优化设计,进一步提高离轨效率。

参考文献:

[1] 曹喜滨,李峰,张锦绣,等.空间碎片天基主动清除技

术发展现状及趋势[J].国防科技大学学报,2015,37(4):117-120.

Cao Xibin, Li Feng, Zhang Jinxiu, et al. Development status and tendency of active debris removal[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(4): 117-120.

[2] Zhang F, Huang P F. Fuzzy-based adaptive super-twisting sliding-mode control for a maneuverable tethered space net robot[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(7): 1739-1749.

[3] Shi G F, Zhu Z H. Libration-free cargo transfer of floating space elevator[J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 110(3): 2263-2281.

[4] Li X L, Yang K Y, Zhang J R. The dynamic instability analysis of electrodynamic tether system[J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112: 13771-13784.

[5] Du C G, Zhu Z H, Kang J J. Attitude control and stability analysis of electric sail[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(6): 5560-5570.

[6] Aslanov V S, Ledkov A S. Survey of tether system technology for space debris removal missions[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2023, 60(5): 1355-1371.

[7] Valmorbidia A, Olivieri L, Brunello A, et al. Validation of enabling technologies for deorbiting devices based on electrodynamic tethers[J]. Acta Astronautica, 2022, 198: 707-719.

[8] Peláez J, Lorenzini E C, López-Rebollal O, et al. A new kind of dynamic instability in electrodynamic tethers[J]. The Journal of Astronautical Sciences, 2000, 48: 449-476.

[9] Voevodin P S, Zabolotnov Y M. Stabilizing the motion of a low-orbit electrodynamic tether system[J]. Journal of Computer and Systems Sciences International, 2019, 58(2): 270-285.

[10] Wen H, Jin D P, Hu H Y. Three-dimensional deployment of electro-dynamic tether via tension and current control with constraints[J]. Acta Astronautica, 2016, 129: 253-259.

[11] Yu B S, Wen H, Jin D P. Theory and experiment of space electrodynamic tether systems[J]. Advances in Mechanics, 2016, 46(1): 201605.

[12] Zhang J R, Li X L, Yang K Y, et al. A high-fidelity high-efficiency model for electrodynamic tether system based on recursive algorithm[J]. Acta Astronautica, 2022, 198: 617-630.

[13] Corsi J, Iess L. Stability and control of electrodynamic tethers for de-orbiting applications[J]. Acta Astronautica, 2001, 48(5-12): 491-501.

[14] Williams P. Energy rate feedback for libration control of electrodynamic tethers[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(1): 221-223.

- [15] Williams P. Optimal control of electrodynamic tether orbit transfers using timescale separation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(1): 88-98.
- [16] Kojima H, Sugimoto T. Switching delayed feedback control for an electrodynamic tether system in an inclined elliptic orbit [J]. Acta Astronautica, 2010, 66(7-8): 1072-1080.
- [17] 张健, 王峰, 孙兆伟, 等. 电力绳系卫星轨道机动策略研究[J]. 宇航学报, 2014, 35(10): 1182-1188.
Zhang Jian, Wang Feng, Sun Zhaowei, et al. Research on orbit maneuver strategy for electrodynamic tether satellite[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(10): 1182-1188.
- [18] Li Y F, Li A J, Wang C Q. Back-stepping sliding mode control for libration control of large swing angles of electrodynamic tether system[J]. Advances in Space Research, 2023, 72(2): 231-242.
- [19] Wen H, Zhu Z H, Jin D P, et al. Model predictive control with output feedback for a deorbiting electrodynamic tether system[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(10): 2455-2460.
- [20] Wen H, Jin D P, Hu H Y. Removing singularity of orientation description for modeling and controlling an electrodynamic tether [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41(3): 764-769.
- [21] Luo C Q, Wen H, Jin D P, et al. Long-term deorbiting control for an electrodynamic tether system exploiting periodic solutions [J]. Acta Astronautica, 2023, 202: 174-185.
- [22] Zhong R, Zhu Z H. Optimal control of nanosatellite fast deorbit using electrodynamic tethers[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1182-1194.
- [23] Luo C Q, Wen H, Jin D P. Libration control of bare electrodynamic tether for three-dimensional deployment [J]. Astrodynamics, 2018, 2(3): 187-199.
- [24] Zhu Z H, Zhong R. Deorbiting dynamics of electrodynamic tether[J]. International Journal of Aerospace and Lightweight Structures, 2011, 1(1): 47-66.
- [25] Clason C, Kaltenbacher B. Optimal control and inverse problems[J]. Inverse Problems, 2020, 36(6): 060301.
- [26] Alken P, Thébaud E, Beggan C D, et al. International geo-magnetic reference field: the thirteenth generation [J]. Earth, Planets and Space, 2021, 73: 49.

Dynamics modeling and control design method for long-term deorbiting of an electrodynamic tether system

YAN Jia-hui¹, CHEN Ti¹, WEN Hao¹, LUO Cao-qun¹, PENG Wen-xuan², YUN Wei-dong²

(1.State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2.Shanghai Institute of Aerospace System Engineering, Shanghai 201108, China)

Abstract: This paper investigates the dynamics and control problems of the long-term deorbiting of an electrodynamic tethered satellite system. The dynamics modeling of the system is carried out based on a dumbbell model assumption. To improve the accuracy of the system model, the orbital dynamics is described using a set of modified equinoctial elements, involving the effects of Lorentz force, atmospheric drag and J_2 perturbation force. Three current control strategies are proposed to regulate the electrodynamic forces for achieving a stable long-term deorbiting process, namely, the constant current input, the directionally variable current input, and the optimal control strategies. In the design of the optimal control strategy, the long-term deorbiting problem is formulated as an inverse problem of dynamics with nonlinear constraints, which is further solved via a nonlinear programming method to obtain the optimal reference trajectories. The deorbiting of the system is then achieved using the modified current control input obtained from a tracking feedback control law. Additionally, an energy-based current switch control strategy is adopted to ensure the stability of system and the efficient utilization of Lorentz force. Case studies of the system with designed physical parameters are conducted to analyze the deorbiting efficiency and to validate the effectiveness of the proposed control strategies.

Key words: tethered satellite system; electrodynamic; optimal control; long-term deorbiting

作者简介: 颜家慧(2000—),女,硕士研究生。E-mail: 1796723887@nuaa.edu.cn。

通讯作者: 罗操群(1993—),男,博士,助理教授。E-mail: maillcq@nuaa.edu.cn。

附 录

考虑到系绳长度远小于地球半径,故近似系统附近各处的磁场强度 B 是相等的。本文考虑绝缘系绳,假设电流 I 沿电力系绳均匀分布。系绳所受的洛伦兹力为:

$$F_l = \int_0^l (I \mathbf{e}_t \times B) ds = -Il \tilde{B} \mathbf{e}_t \quad (\text{A1})$$

\tilde{B} 可表示为:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & -B_z & B_y \\ B_z & 0 & -B_x \\ -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2})$$

采用IGRF13阶模型来表述地球地磁场,系统周围的各矢量方向的磁场强度表示为:

$$\begin{aligned} B_r &= \sum_{n=1}^{13} \left(\frac{R_E}{r} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\eta), \\ B_\eta &= -\sum_{n=1}^{13} \left(\frac{R_E}{r} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) \frac{\partial P_n^m(\eta)}{\partial \eta}, \\ B_\phi &= \frac{-1}{\sin \eta} \sum_{n=1}^{13} \left(\frac{R_E}{r} \right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n m (-g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\eta) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

式中 g_n^m 和 h_n^m 为 IGRF 模型的高斯系数; η 为地球余纬; ϕ 为地球经度; R_E 为地球半径; r 为所求磁场点距地球质心的距离; $P_n^m(\cdot)$ 为施密特准归一化伴随勒让德函数。经过转换可以求得轨道坐标系下描述的磁场强度^[26]。

基于 NRLMSISE-00 大气模型得到系统所处位置的大气密度 ρ , 并利用经验阻力系数 C_d 、系统相对于地球的飞行速度 v_{rel} 、迎风面积 A_d (系绳截面面积+端部体截面面积) 得到系统所受到的大气阻力:

$$F_{\text{AS}} = -\frac{1}{2} \rho C_d |v_{\text{rel}}| v_{\text{rel}} A_d \quad (\text{A4})$$

另外,考虑地球引力场不均匀性导致的 J_2 摄动,其引起的摄动加速度 Δ_{J_2} 在轨道系下的分量为:

$$\begin{aligned} \Delta_{J_{2x}} &= -\frac{3\mu J_2 R_e^2}{2r^4} \left[1 - \frac{12(h \sin L - k \cos L)^2}{(1+h^2+k^2)^2} \right], \\ \Delta_{J_{2y}} &= -\frac{12\mu J_2 R_e^2}{r^4} \left[\frac{(h \sin L - k \cos L)(h \cos L + k \sin L)}{(1+h^2+k^2)^2} \right], \\ \Delta_{J_{2z}} &= -\frac{6\mu J_2 R_e^2}{r^4} \left[\frac{(1-h^2-k^2)(h \sin L - k \cos L)}{(1+h^2+k^2)^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{A5})$$