

对惯容减震系统基本概念及设计范式的讨论

张瑞甫^{1,2}, 吴敏君^{1,2}, 潘超³

(1. 同济大学土木工程防灾减灾全国重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学土木工程学院结构防灾减灾工程系, 上海 200092; 3. 烟台大学土木工程学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 惯容是惯性控制力与相对加速度成比例的力学元件, 这种特殊的惯性力尚未见诸经典结构动力学理论。本研究从惯性和非惯性参考系的角度, 提出惯容元件是一种真实惯性力元件, 并说明了其与经典质量元件虚拟惯性力的区别。同时为说明其应用于减震领域时与经典减震技术的区别, 梳理了经典减震技术的原理; 从惯容元件和惯容系统的力学本构关系出发, 对惯容元件、惯容系统以及惯容减震结构的相关概念进行了明确定义和论述。从惯容减震结构的运动方程和能量方程等角度, 对惯容减震技术的增效原理进行了揭示。进而介绍了惯容系统特有的动态负刚度、轻量化调谐以及模态靶向控制等特征, 为结构高性能减震控制提供了新的可能与途径。提出了层间式、轻量化调谐式及隔震式惯容减震结构的设计理论框架, 即性能导向的优化设计, 为惯容减震结构的工程设计提供应用参考。

关键词: 结构控制; 真实惯性力; 惯容; 减震原理

中图分类号: TU352.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)11-1848-14

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.11.006

引言

自然界中存在的各种振动现象可能会威胁工程结构的安全或影响结构正常功能的使用。采用结构减震控制技术可以降低结构的动力响应, 有效地改善和提高土木工程结构在动力荷载作用下的安全性、适用性。从动力学角度来看, 目前已日趋成熟并应用广泛的经典减震技术主要包括基础隔震技术^[1]、消能减震技术^[2]和调谐减震技术^[3]。其中, 基础隔震技术是通过在结构底部设置柔软隔震层, 从而延长体系的自振周期, 降低结构加速度响应; 消能减震技术是通过在结构中设置耗能减震装置来增大结构等效阻尼以消耗结构的振动能量, 从而实现对结构振动的控制; 调谐减震技术是通过在结构顶部或特定位置附加质量元件, 利用共振吸能的原理对结构的响应进行控制。

实现经典减震技术的装置, 可被理想化为位移相关、速度相关以及加速度相关的力学元件或几种力学元件的组合。位移相关、速度相关以及加速度相关的力学元件分别为经典动力学中的弹簧、阻尼以及质量元件^[4-5]。其中, 弹簧和阻尼元件是典型的两端点力学元件, 分别产生与两端点相对变形和相

对速度相关的控制力。然而, 质量元件属于单端点惯性元件, 即质量元件的惯性控制力与其自身的绝对加速度相关。它在结构减震控制应用中存在所需物理质量大、安装位置和空间受限等问题, 且将为结构带来额外的地震作用。

惯容是与相对加速度相关的振动控制元件^[6-7], 当其自身端点之间出现加速度差值时可以产生与此相对加速度相关的真实惯性力(不同于经典力学中的惯性力)。相对加速度相关性是惯容独有的特性, 从理论上填补了相对加速度惯性元件的空白, 使得结构的惯性特性也跟刚度、阻尼特性一样可以通过振动控制元件的相对运动进行调整; 丰富了振动控制装置的力学拓扑类型, 拓展了振动控制理论的实现方式。鉴于惯容元件独有的动力学特性, 基于惯容的减震技术相较于传统质量控制技术的特殊性和不可替代性, 在耗能增效^[6, 8-9]、动态负刚度^[10]、轻量化调谐^[11-12]和模态靶向控制^[13]等方面具有重要的研究价值和应用潜力, 逐渐发展为振动控制领域内新的研究热点。目前, 惯容减震技术已经在日本和中国的实际工程中得到应用。并且实时监测数据已经证明了惯容减震技术的有效性^[14-15], 但其本质减震机理、控制特点以及概念清晰的设计流程仍需进一步探讨。

收稿日期: 2023-01-06; **修订日期:** 2023-03-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51978525); 国家重点研发计划重点专项(2021YFE0112200); 山东省自然科学基金资助项目(ZR2022ME044); 中国地震局地震工程与工程振动重点实验室重点专项(2020EEVL0401)。

为了更清晰地展现惯容的内在特征和控制机理,便于“惯容”概念在结构减震领域内被合理而有效地推广,促进惯容减震技术的进一步发展、普及乃至应用,本文将围绕以下四个关键问题展开研究和讨论:定义“什么是惯容减震技术”,厘清“惯容减震技术的力学原理是什么”,明晰“惯容减震技术有什么优势特征”,探讨“惯容对结构的控制思路是什么”。

1 结构减震技术

本节首先回顾经典的结构减震技术,并基于受地面运动激励的单自由度结构简要说明相关原理,便于之后探讨经典减震技术与惯容减震技术的区别。在探讨过程中,将以结构的位移、速度以及绝对加速度作为表征结构的安全性、正常使用功能以及舒适度等性能的动力指标。

1.1 经典减震技术

经典减震技术主要包括基础隔震技术、消能减震技术以及调谐减震技术。

1.1.1 基础隔震技术

基础隔震技术通过在结构底部设置隔震层来减小结构体系的刚度,延长结构体系的自振周期,避开地面运动卓越周期,从而达到降低结构响应的目的。从动力学角度分析,基础隔震结构的隔震层可以简化为一个弹簧元件和一个阻尼元件,弹簧元件用来模拟隔震层的刚度,阻尼元件则用来模拟隔震层的耗能行为。根据隔震原理,隔震层的刚度一般会被设置为远小于主结构的刚度,因此在分析时上部结构可被视作一个刚体,通过隔震层与地面连接。单自由度结构与对应基础隔震结构的位移、速度、绝对加速度的频域响应传递函数^[5](以下简称传递函数)曲线 $H_U(i\Omega)$, $H_V(i\Omega)$, $H_A(i\Omega)$ 的典型图示如图 1 所示。图 1 中的横坐标为频率比 β ,定义为外部激励频率 Ω 与结构自振频率 ω 之比;纵坐标分别为结构位移、速度、绝对加速度传递函数的模与结构自振频率的平方 ω^2 之积;背景填充红色区域为有隔震效果的频段,即结构受到在该区域中频段的外部激励时,隔震结构的响应相比原结构有所降低。

从图 1 中可以看出,基础隔震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数峰值对应的频率比小于原结构,即隔震后结构体系的自振频率降低,自振周期延长。从峰值的对比中可知,隔震结构的位移传递函数峰值几乎没有变化,而速度与绝对加速度传递函数峰值则有所降低,其中绝对加速度传递函数峰值降低程度最大。

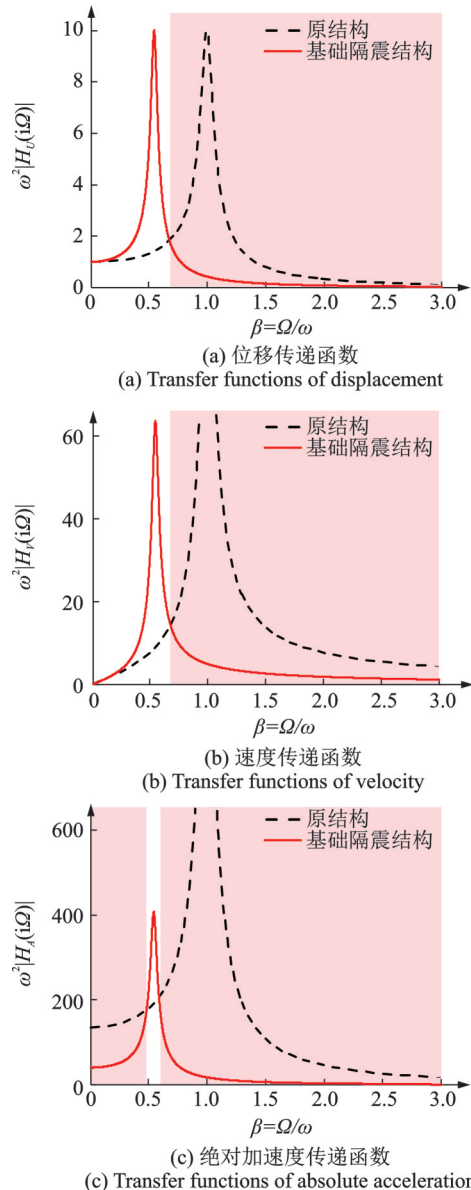


图 1 单自由度结构与对应基础隔震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数

Fig. 1 Transfer functions of displacement, velocity and absolute acceleration of SDOF structure and corresponding basic isolated structure

1.1.2 消能减震技术

消能减震技术通过在结构中附设阻尼器来提高结构的耗能能力,进而达到减小结构动力响应的目的。根据力学原理不同,阻尼器可分为速度依赖型^[16]和位移依赖型^[17]两大类。实际阻尼器的力学模型可理想化为阻尼元件和弹簧元件。但消能减震的本质是提供附加阻尼,阻尼元件是其核心作用,故使用黏滞阻尼元件作为阻尼器的力学模型来说明消能减震技术的基本原理。图 2 给出了单自由度结构与对应消能减震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数曲线。

从图 2 中可以看出,由于结构体系阻尼的增大,消能减震结构传递函数的峰值大幅度降低。

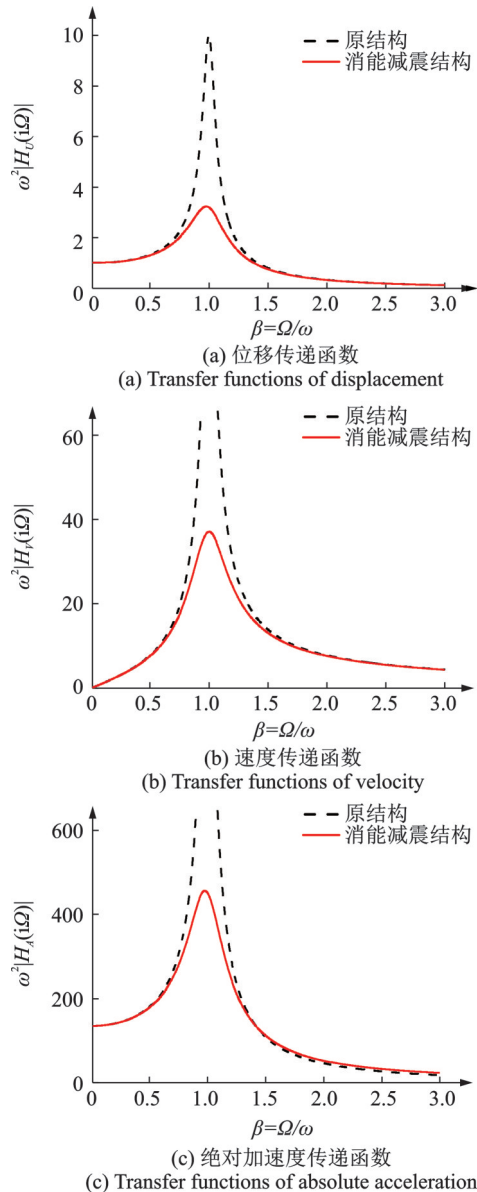


图 2 单自由度结构与对应消能减震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数

Fig. 2 Transfer functions of displacement, velocity and absolute acceleration of SDOF structure and corresponding damped structure

1.1.3 调谐减震技术

调谐减震技术通过给结构附设由质量元件、刚度元件和阻尼元件组成的振动子系统,在调整结构体系惯性特征的同时实现振动能量的转移和消耗,从而达到降低结构动力响应的目的。图 3 给出了单自由度结构与对应调谐减震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数曲线。

从图 3 中可以看出,采用调谐减震技术后,结构的传递函数曲线从单峰变为双峰,即结构的动力特征出现了明显变化,存在两个卓越频率。与基础隔震、消能减震不同的是,调谐减震结构的位移传递函数在频率比为 0 时的值并不为 1,这是由于调谐质量带来的额外地震作用所致。此外,在频率比较小

($\beta \leq 0.75$) 的时候,调谐减震技术对位移、速度和加速度的控制具有一定的反效果,其位移、速度和加速度的传递函数曲线位于原结构曲线之上。

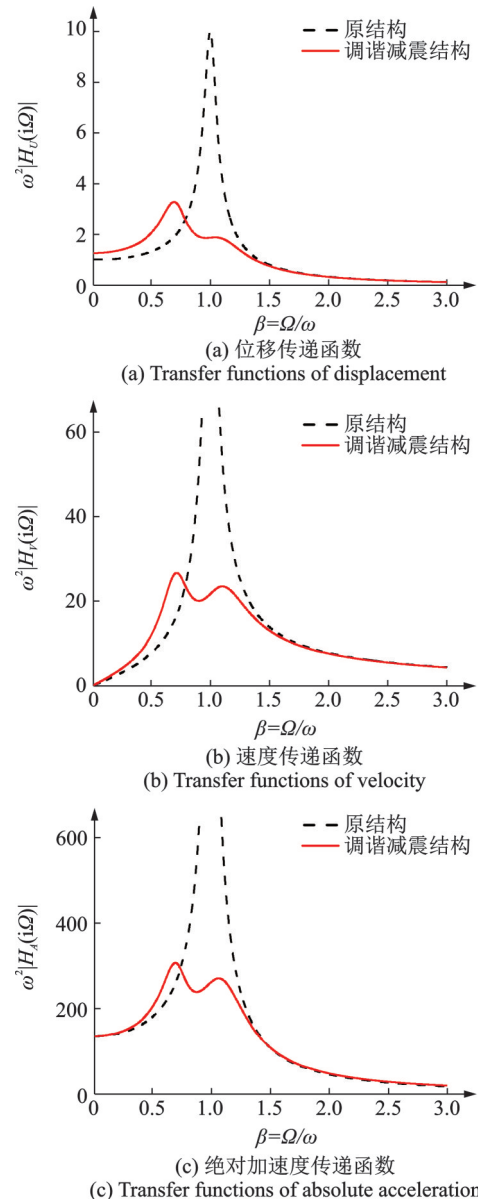


图 3 单自由度结构与对应调谐减震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数

Fig. 3 Transfer functions of displacement, velocity and absolute acceleration of SDOF structure and corresponding tuned structure

1.2 惯容减震技术

惯容,即惯性容器的简称,其所提供的相对加速度相关的惯性力在经典力学中未有涉及,相关概念的定义尚待合理而系统的探讨。因其具有的一些独特特征,近年来在结构振动控制领域开始备受关注。接下来本文将对惯容减震技术的相关概念进行阐述与讨论。

1.2.1 相关概念的定义

(1) 名词的使用

随着对惯容力学性质的逐渐认识,以及认识角度的不同,惯容发展至今有多种不同的名称,其中较为典型的有:质量泵、旋转质量、表观质量、动态质量、惯质、惯容等。

惯容的物理实现可以利用非旋转机制或旋转机制。旋转机制主要包括滚珠丝杠机制^[6]和齿轮-齿条机制^[18],能够通过将平动输入转化为飞轮的旋转运动来实现惯容的特性。这是典型的惯容实现机制,故有学者用“旋转质量”来称呼这种惯性装置。但需要注意的是,“旋转质量”这一名称只能代表惯性装置实现机制中的旋转机制,而惯容也可由非旋转机制实现。例如,流体变速机制能够利用平动输入推动流体通过截面变化的管道实现流速的改变,进而产生惯容行为,这种实现机制 20 世纪 70 年代出现在土木工程领域时,被称为“质量泵”^[19]。因此,采用“旋转质量”或“质量泵”来指代这种惯性装置都不够准确,它们仅能够指代一种实现机制。

还有学者将这种惯性装置称为“表观质量”,这一名称源自该装置的惯性增效效果,即装置在运转时所表现出的动态质量远大于其真实质量。为了将二者区分开来,便有学者把这种动态质量称作“表观质量”。虽然这个名称与装置的力学原理相契合,但“表观”和“质量”两个常规的词汇不能显式地体现该装置作为新力学元件的特色。

此外,“惯质”也是这种装置的名称之一,但这个名称依旧存在不合理之处。物理学中惯性和质量是如影随形的关系,惯性是有质量物体的性质,质量加速时表现出惯性;因此,“惯”和“质”两个字放在一起意义有所重叠,且难以体现这种惯性装置与传统意义上的质量的不同之处。传统意义上的质量所产生的惯性力实际上是不存在的,是一种假想力;而本文所指的惯性装置却能产生相对加速度相关的、真实的、可以直接作用于结构上的惯性力,二者之间是完全不同的。

“惯容”一词是在运动系统与电路的微分方程类比中产生的。在该过程中,可以将运动系统中的力类比为电流,速度类比为电压;将力学中的弹簧、阻尼及质量元件分别类比为电学中的电感、电阻及电容元件。这种惯性装置在类比过程中展现出与电容元件类似的性质,能够像电容元件在电路中储存和释放电能一样,在运动系统中实现地震动输入能量的储存和释放。再结合该惯性装置的“惯性”特征,本文建议采用“惯容”来指代这种惯性装置。

描述惯容相关问题时,名词使用的具体建议如下:在指代一个真实的装置时,称“惯容器(inert-

er)”;在指代一个抽象的力学元件时,称“惯容元件(inertor element)”;在指代装置的参数时可称“惯容系数(inertance)”或者“表观质量(apparent mass)”。

(2) 惯容的力学本质:真实而宏观的惯性力

经典物理学中的惯性力是指当物体被加速时由于惯性的原因而产生的保持原有运动状态的倾向,看起来仿佛有一股方向相反的力作用在该物体上,因此称之为惯性力,其大小与物体质量及运动加速度成正比^[20]。经典理论中的惯性力实际上并不存在,因此又称为假想力(fictitious force)。它本质上是一种为了能够使牛顿运动定律在非惯性参考系中使用而创造出来的不存在的力。与经典力学中的虚拟惯性力不同,惯容元件作为振动控制元件提供的惯性力是真实存在的,之所以仍可以称其为“惯性力”,是由于惯容提供的力也是一种加速度相关的力。这种惯性力在惯性系和非惯性系中都是一种真实惯性力,即惯容的“惯性”仅表示加速度相关,在理解相关问题时需注意与经典力学中惯性概念的区别。

与经典力学的惯性概念不同并不代表惯容与经典力学理论不相容。惯容器的物理实现机制可以由多个部件(如齿轮、滚珠丝杠、流动液体等)有机组合形成的物理系统,其内部运转是可以完全用经典力学理论来描述的。惯容的特殊力学行为是将惯容装置作为一个宏观整体去观察、研究时表现出来的。换句话说,惯容作为真实的物理系统,其内部运转机制必然在经典物理理论范畴之内;但其整体作为一个抽象的力学元件时,表现出的特殊力学特性是经典力学未囊括的内容。

(3) 惯容元件的结构控制特性

惯容在结构控制中的特点在于其控制力 P 是自身相对加速度的函数,如图 4 及下式所示:

$$m_{in} = \frac{P}{\ddot{u}_j - \ddot{u}_i} = \frac{P}{\ddot{u}_{in}} \gg m_p \quad (1)$$

式中 m_p 表示实际物理质量; \ddot{u}_{in} 表示惯容元件两端的相对加速度。

惯容元件的惯性控制力 P 与其元件端点 i, j 间的相对加速度 $\ddot{u}_j - \ddot{u}_i$ 的比例系数定义为惯容系数 m_{in} ,具有与质量相同的量纲。惯容元件的惯容系数 m_{in} 可以是时变函数,也可以是时不变常数。当惯容元件的惯容系数 m_{in} 为时不变常数时,为线性惯容元件,常用于被动控制;当惯容系数 m_{in} 为时变函数时,则称为时变惯容元件,常用于半主动及主动控制。惯容元件最显著的振动控制特性是甚为可观的“惯性增效”,通常采用表观质量放大系数 β_{in} 来表达,如下式所示:

$$\beta_{in} = \frac{m_{in}}{m_p} \quad (2)$$

惯容元件的惯容系数 m_{in} 可以达到其实际物理质量 m_p 的上千倍乃至近万倍(例如,真实质量为 560 kg 的惯容元件,其惯容系数可以被放大为 5400 t^[14])。因此,在理想力学模型中,可以近似地认为惯容元件用“零质量”来为减震结构提供极大的惯性控制力,进而实现结构惯性特征的调整 and 动力响应的控制。图 5 为惯容器装置的实际构造示意图。

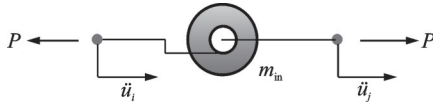


图 4 惯容的旋转原理示意图

Fig. 4 Schematic diagram of rotational principle of inerter

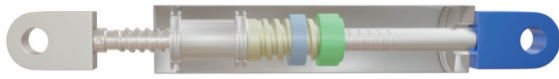


图 5 惯容器装置图

Fig. 5 Diagram of inerter device

(4) 惯容系统

惯容元件在结构减震控制中通常与刚度元件、阻尼元件、质量元件协同工作,含有惯容元件的复合减震控制子系统称为惯容系统。惯容系统在工作过程中能够从主结构中吸收振动能量,实现激励输入能量的转移、存储和耗散。采用不同的连接形式对不同数量的刚度元件、阻尼元件、质量元件进行组合,将产生不同力学拓扑构造的惯容系统^[21]。其中,最为经典的惯容系统的力学模型如图 6 所示^[6],图中 c_{in} 和 k_{in} 分别表示惯容系统中阻尼元件的黏滞阻尼系数和弹簧的刚度。在该系统中,阻尼元件与惯容元件并联,再与弹簧元件串联。本文将主要以它为例对惯容减震原理进行说明。

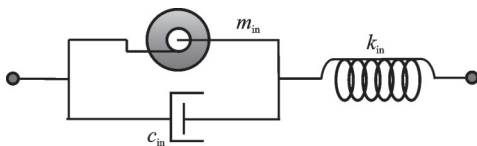


图 6 经典惯容系统的力学模型

Fig. 6 Mechanical model of classical inerter system

(5) 惯容减震结构

采用惯容系统进行振动控制的结构称为惯容减震结构。惯容减震结构在建筑结构领域根据安装位置的不同主要可分为三类:层间式、轻量调谐式以及隔震式惯容减震结构,如图 7 所示。层间式惯容减震结构(见图 7(a))通过在结构楼层之间安装惯容系统实现振动控制;轻量调谐式惯容减震结构(见图 7(b))则是将惯容元件或惯容系统与调谐质量系统结合形成重量更轻的调谐系统,一般在结构顶部

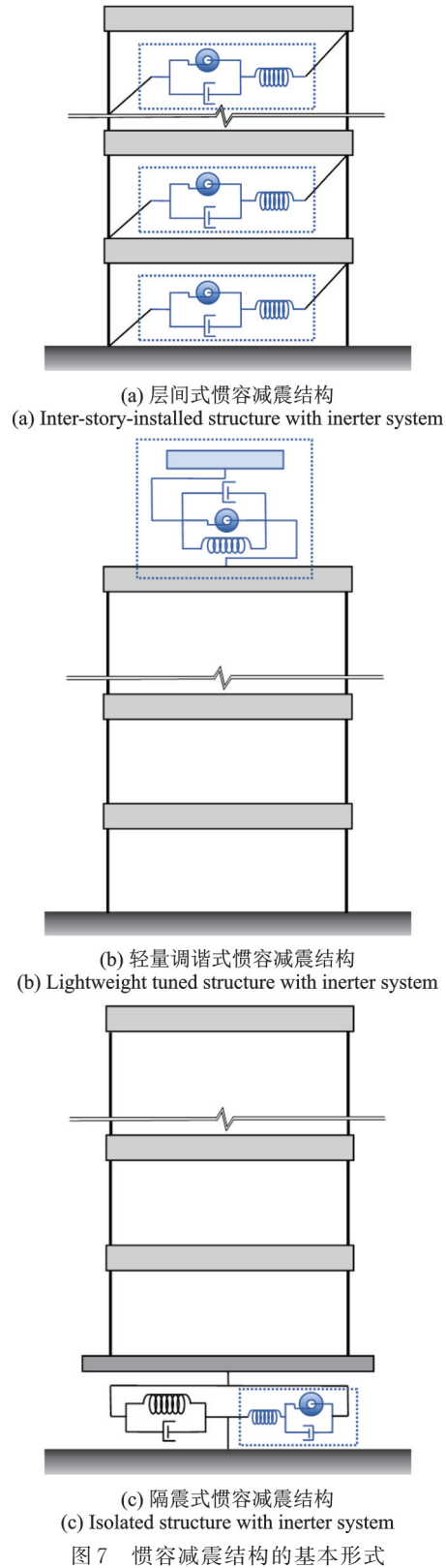


图 7 惯容减震结构的基本形式

Fig. 7 The basic forms of structures with inerter system
 安装;隔震式惯容减震结构(见图 7(c))是将惯容元件或惯容系统设置在结构的隔震层以实现高效耗能减震。图 7 中虚线框内为惯容系统。

1.2.2 惯容减震原理

惯容系统根据力学原理主要可分为两类:调谐式惯容系统^[6]与接地式惯容系统^[9]。本节将对这两类惯容系统的减震原理分别进行探讨。

(1) 调谐式惯容系统

本节选取经典的调谐式惯容系统^[22]来阐述其减震基本原理。在地震激励下,附设调谐式惯容系统的单自由度惯容减振结构(见图 8)的运动方程为:

$$\begin{cases} m\ddot{u} + c\dot{u} + ku + k_{in}(u - u_{in}) = -m\ddot{u}_g \\ (m_{in} + m_p)\ddot{u}_{in} + c_{in}\dot{u}_{in} - k_{in}(u - u_{in}) = -m_p\ddot{u}_g \end{cases} \quad (3)$$

式中 \ddot{u}, \dot{u} 和 u 分别表示单自由度结构的加速度、速度和位移; \dot{u}_{in} 和 u_{in} 分别表示惯容元件两端的相对速度和相对位移; m, c 和 k 分别表示单自由度结构的质量、黏滞阻尼系数和刚度; \ddot{u}_g 表示地面运动加速度。

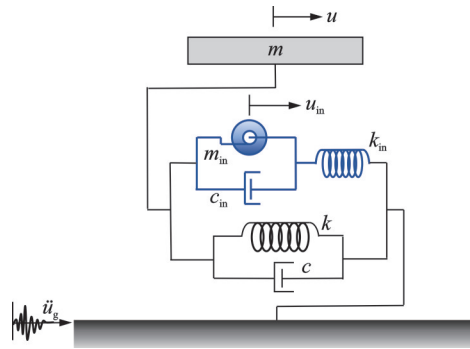


图 8 单自由度惯容减振结构(附设调谐式惯容系统)
Fig. 8 SDOF structure with inerter system (with tuned inerter system)

由于惯容元件的惯容系数 m_{in} 远大于其真实质量 m_p , 式(3)可进一步简化为:

$$\begin{cases} m\ddot{u} + c\dot{u} + ku + k_{in}(u - u_{in}) = -m\ddot{u}_g \\ m_{in}\ddot{u}_{in} + c_{in}\dot{u}_{in} - k_{in}(u - u_{in}) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

在方程(4)左右两边同时除以质量 m , 可以得到:

$$\begin{cases} \ddot{u} + 2\zeta_0\omega\dot{u} + \omega^2u + \kappa\omega^2(u - u_{in}) = -\ddot{u}_g \\ \mu\ddot{u}_{in} + 2\xi\omega\dot{u}_{in} - \kappa\omega^2(u - u_{in}) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中 $\omega = \sqrt{k/m}$ 和 $\zeta_0 = c/(2m\omega)$ 分别表示原结构的自振频率和阻尼比; $\mu = m_{in}/m, \xi = c_{in}/(2m\omega)$ 及 $\kappa = k_{in}/k$ 分别为惯容系统的惯质比、名义阻尼比及刚度比^[23]。

相比单自由度原结构,在惯容减震结构的运动方程中,惯性项的系数在附设惯容系统后由结构质量这一标量变为含有结构质量及惯容系数的矩阵,发生了显著变化。方程右侧等效荷载项中没有出现惯容系数 m_{in} , 这意味着惯容的加入不会招致额外的地震作用。

对式(5)进行拉普拉斯变换可得:

$$\begin{cases} s^2U + 2\zeta_0\omega sU + \omega^2U + \kappa\omega^2(U - U_{in}) = -U_g \\ \mu s^2U_{in} + 2\xi\omega sU_{in} - \kappa\omega^2(U - U_{in}) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中 U, U_{in} 和 U_g 分别为 u, u_{in} 和 \ddot{u}_g 的拉普拉斯变换; s 为复数变量。

求解该线性方程组可得 U 和 U_{in} , 进一步可以得到单自由度惯容减振结构的位移、速度、绝对加速度响

应的传递函数 $H_{U, in}(i\Omega), H_{V, in}(i\Omega), H_{A, in}(i\Omega)$ 分别为:

$$H_{U, in}(i\Omega) = \frac{U}{U_g} \Big|_{s=i\Omega} = \frac{\mu\Omega^2 - 2i\xi\omega\Omega - \omega^2\kappa}{Q}$$

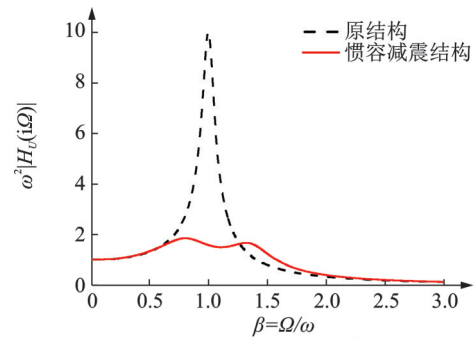
$$H_{V, in}(i\Omega) = \frac{sU}{U_g} \Big|_{s=i\Omega} = \frac{i\Omega(\mu\Omega^2 - 2i\xi\omega\Omega - \omega^2\kappa)}{Q}$$

$$H_{A, in}(i\Omega) = \frac{s^2U + U_g}{U_g} \Big|_{s=i\Omega} = \frac{L}{Q}$$

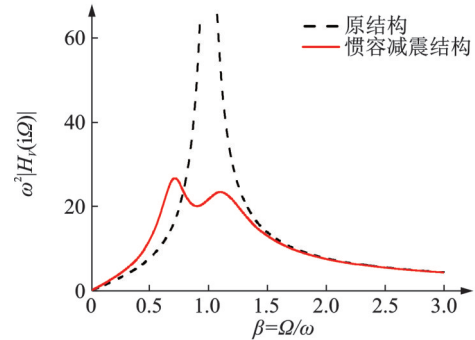
$$L = -2i\omega\Omega^3\mu\xi_0 - \omega^2\Omega^2(\mu + \kappa\mu + 4\xi_0\xi)$$

$$Q = \mu\Omega^4 - 2i\omega\Omega^3(\mu\xi_0 + \xi) - \omega^2\Omega^2(\kappa + \mu + \kappa\mu + 4\xi_0\xi) + 2i\omega^3\Omega(\kappa\xi_0 + \kappa\xi + \xi) + \omega^4\kappa \quad (7)$$

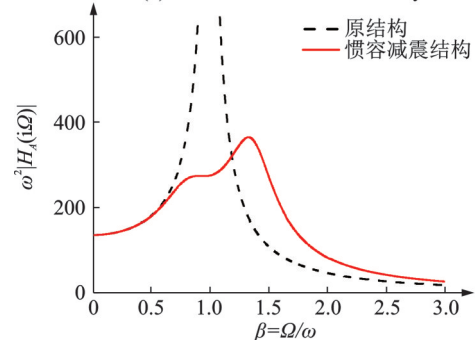
据此,可得单自由度结构与对应惯容减震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数曲线如图 9 所示(绘图参数取自文献[23])。



(a) 位移传递函数
(a) Transfer functions of displacement



(b) 速度传递函数
(b) Transfer functions of velocity



(c) 绝对加速度传递函数
(c) Transfer functions of absolute acceleration

图 9 单自由度结构与对应惯容减震结构(附设调谐式惯容系统)的位移、速度、绝对加速度传递函数^[23]

Fig. 9 Transfer functions of displacement, velocity and absolute acceleration of SDOF structure and corresponding inerter-based structure (with tuned inerter system)^[23]

从图9中可以看出,与单自由度结构相比,惯容减震结构的传递函数曲线由单峰变为双峰,说明结构体系至少存在两个自振频率,其动力特征出现了明显的变化,这体现了惯容系统对结构惯性的调整作用;在频率比约等于1的共振频段内,结构的位移、速度、绝对加速度响应有显著降低。而在共振区段以外的部分频段,惯容系统对结构的控制有一些负面效果(响应比原结构大),如频率比约在1.25~2.0区间时对位移响应有负面影响,而频率比在大于1.25时对加速度响应有负面影响。这些区间对结构整体响应的影响小于共振频段,考虑到地震波并非频率单一的简谐波,惯容系统虽然在某些频率段内对结构减震具有一定的负面效果,但其在主要频段(共振频段)上对结构响应的降低效果非常显著,故惯容减震技术应用在结构当中仍将具有良好的减震效果。需要指出的是,如果结构可能遭受频率成分较为单一的外部激励,应注意避免激励频率落入控制效果不理想的频段。

(2) 接地式惯容系统

接地式惯容系统的力学模型如图10所示。在地震激励下,附设接地式惯容系统的单自由度惯容减震结构(见图11)的运动方程为:

$$(m + m_{in})\ddot{u} + (c + c_{in})\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (8)$$

在式(8)左右两边同时除以 m , 可得:

$$(1 + \mu)\ddot{u} + 2(\zeta_0 + \xi)\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_g \quad (9)$$

其位移、速度及绝对加速度传递函数 $H_{U, in}(i\Omega)$, $H_{V, in}(i\Omega)$ 及 $H_{A, in}(i\Omega)$ 分别为:

$$\begin{aligned} H_U(i\Omega) &= \frac{U}{U_g} = \frac{-1}{-\Omega^2(1 + \mu) + 2i\Omega\omega(\zeta_0 + \xi) + \omega^2}, \\ H_V(i\Omega) &= \frac{sU}{U_g} = \frac{-i\Omega}{-\Omega^2(1 + \mu) + 2i\Omega\omega(\zeta_0 + \xi) + \omega^2}, \\ H_A(i\Omega) &= \frac{s^2U + U_g}{U_g} = \frac{-\mu\Omega^2 + 2i\zeta_0\Omega\omega + \omega^2}{-\Omega^2(1 + \mu) + 2i\Omega\omega(\zeta_0 + \xi) + \omega^2} \end{aligned} \quad (10)$$

从式(8)和(9)中可以看出,单自由度结构附设接地式惯容系统之后,结构惯性项的系数增大为原来的 $1 + \mu$ 倍,但刚度项系数不变,则惯容减震结构的圆频率 $\omega_{eq, in} = \sqrt{k/(m + m_{in})} = \omega\sqrt{1/(1 + \mu)} < \omega$, 即自振频率降低,周期延长。这表明接地式惯容系统对结构动力特征有着更为直接的调整作用。同时,结构体系的阻尼比也从 ζ_0 增加到了 $\zeta_0 + \xi$, 这说明接地式惯容系统能为结构提供额外的阻尼。根据式(10)可以得到单自由度结构与对应惯容减震结构的位移、速度、绝对加速度传递函数曲线,如图12所示。从图12中可以看出,与经典单自由度结构相比,

惯容减震结构传递函数曲线的峰值向左偏移,即结构体系的自振频率降低,周期延长,与根据方程所得结论一致。同时,传递函数曲线的峰值均显著降低。

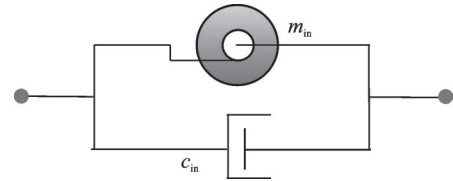


图10 接地式惯容系统的力学模型

Fig. 10 Mechanical model of grounded inerter system

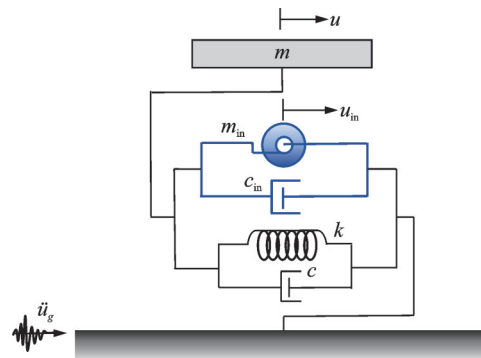


图11 单自由度惯容减震结构(附设接地式惯容系统)

Fig. 11 SDOF structure with inerter system (with grounded inerter system)

(3) 耗能增效原理

在惯容减震结构受到地震激励的过程中,地震动输入能量将转化为结构自身及惯容系统的动能、势能或者被结构固有阻尼以及惯容系统中的阻尼耗散(体系的动能、势能也最终被阻尼所耗散)。

根据单自由度惯容减震结构的运动方程(4),可以得到能量平衡方程为:

$$\begin{aligned} \int_0^t (m\ddot{u}\dot{u} + m_{in}\ddot{u}_{in}\dot{u}_{in}) dt + \\ \int_0^t [kui\dot{u} + k_{in}(u - u_{in})(\dot{u} - \dot{u}_{in})] dt + \\ \int_0^t (c\dot{u}\dot{u} + c_{in}\dot{u}_{in}\dot{u}_{in}) dt = - \int_0^t m\ddot{u}_g\dot{u} dt \end{aligned} \quad (11)$$

式中 t 表示时间。

单自由度原结构的能量方程为:

$$\int_0^t m\ddot{u}\dot{u} dt + \int_0^t kui\dot{u} dt + \int_0^t c\dot{u}\dot{u} dt = - \int_0^t m\ddot{u}_g\dot{u} dt \quad (12)$$

根据式(11)和(12),可以得到单自由度结构与相应惯容减震结构的归一化能量响应时程曲线如图13所示。从图13中可以看出,单自由度原结构的地震输入能量几乎都由结构的固有阻尼耗散;而附设惯容系统后,大部分地震能量都被惯容系统吸收,转化为惯容系统的动能和势能进行临时储存,并由惯容系统中的阻尼元件进行耗散;从而降低输入结构的动能及势能,减少结构自身固有阻尼的耗能。这充分证实了惯容系统的吸能作用。

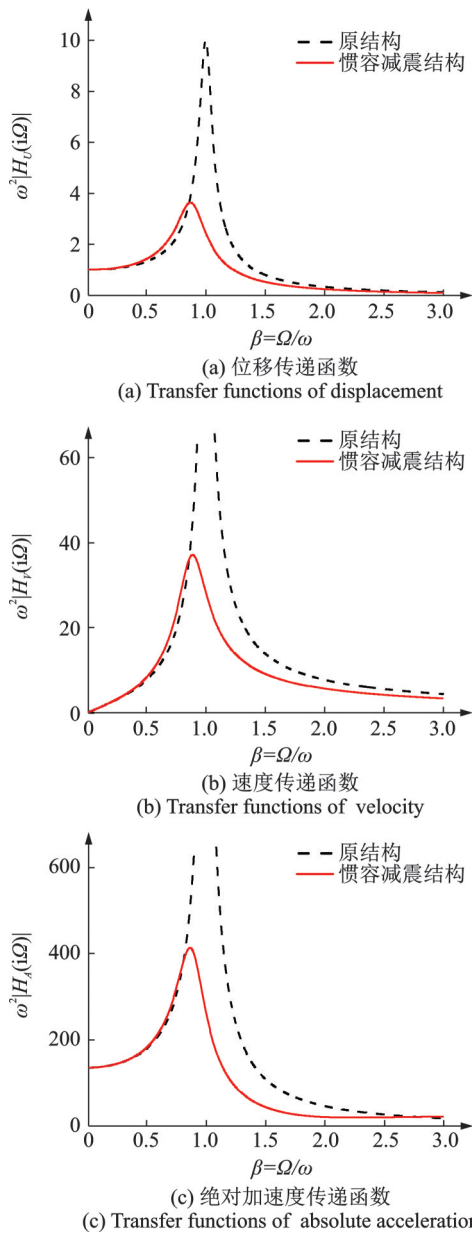


图 12 单自由度结构与对应惯容减震结构(附设接地式惯容系统)的位移、速度、绝对加速度传递函数^[23]

Fig. 12 Transfer functions of displacement, velocity and absolute acceleration of SDOF structure and corresponding inerter-based structure (with grounded inerter system)^[23]

惯容系统在吸收原本要输入主体结构的地震能量的同时,还具备耗能增效机制。调谐式惯容系统在工作过程中,系统内部阻尼元件两端的变形 u_d 与惯容元件的变形 u_{in} 一致,且大于惯容系统的变形 u ,故惯容系统中的阻尼元件将比单独使用时所耗散的能量更大,如图 14 所示。即惯容系统能够在阻尼系数不变的前提下,通过增大阻尼元件的变形实现阻尼力及相应耗能的提升,实现结构地震响应的低阻尼、高耗能控制。

惯容系统耗能增效现象的内在机理在于系统中具有惯容元件与其他元件连接形成的内部自由度。在结构受到外部激励时,惯容系统内部可以进行较

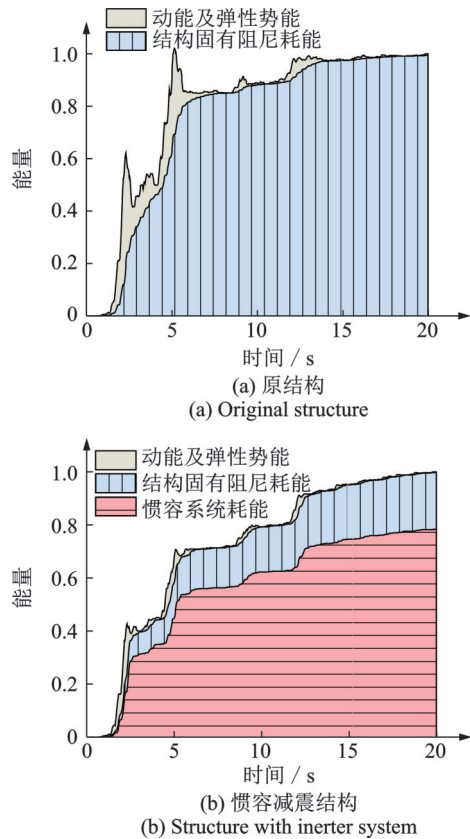


图 13 单自由度结构与对应惯容减震结构的归一化能量响应时程曲线

Fig. 13 Normalized energy response time-history curves of SDOF structure and corresponding inerter-based structure

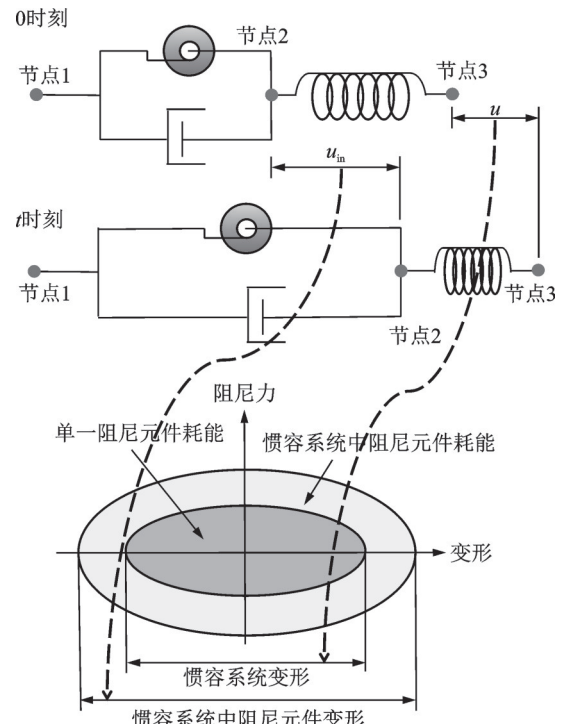


图 14 惯容系统耗能增效现象

Fig. 14 Damping enhancement phenomenon of inerter system

为“自主”的振动,即惯容元件具有独立的、不同于主体结构的振动状态和模式;而经典减震技术中的设置

在结构内部的减震装置都与结构的振动状态一致。为了说明这一原理,对附设调谐型惯容系统的单自由度结构输入简谐激励,得主结构与惯容系统中惯容元件/阻尼元件的变形时程曲线如图 15(a)所示。在主结构参数与惯容系统参数不变的前提下,去掉系统中的惯容元件,仅保留阻尼元件及弹簧元件,可以重新计算得到主结构与系统中阻尼元件的变形时程曲线如图 15(b)所示。从图 15(a)中可以看出,惯容减震结构的变形相比原结构有大幅度降低,即减震效果明显。惯容元件的加入使得惯容元件及与之并联的阻尼元件拥有了不同于主结构的振动模式,具体表现在阻尼元件变形幅值明显大于主结构且二者之间存在相位差上。而去掉惯容元件后,惯容减震结构的变形幅值相比原结构变化很小,减震效果不明显,阻尼元件与主结构的变形时程曲线重合,拥有和主结构一致的振动模式。

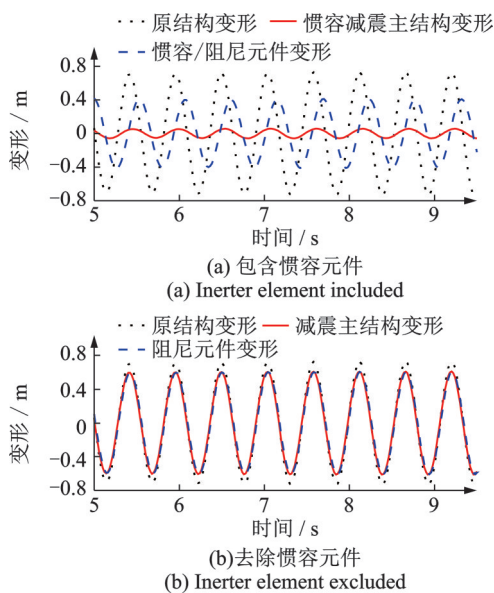


图 15 单自由度结构附设调谐式惯容系统在简谐激励下的变形时程曲线

Fig. 15 Deformation time-history curves of SDOF structure with tuned inerter system under harmonic excitation

惯容系统耗能增效原理对惯容减震结构性能的影响,则可以通过惯容系统的耗能增效方程来体现^[8]。分别以耗能增效比 γ_a 和结构位移减震比 γ_d 来表示惯容系统的耗能增效特征和惯容减震结构性能,即

$$\gamma_d = \frac{\sigma_{u_c}}{\sigma_{u_o}}, \quad \gamma_a = \frac{\sigma_{u_d}}{\sigma_{u_c}} \quad (13)$$

式中 σ_{u_c} 和 σ_{u_o} 分别表示单自由度惯容减震结构和原结构的位移响应均方根值; σ_{u_d} 表示惯容系统中阻尼元件的位移响应均方根值。 σ_{u_c} 、 σ_{u_o} 和 σ_{u_d} 的值可以基于随机振动理论求得。

经理论推导发现,单自由度惯容减震结构的结构位移减震比 γ_d 和耗能增效比 γ_a 与结构的固有阻尼比 ζ_0 和惯容系统的名义阻尼比 ξ 之间存在内在联系,即^[8]

$$\gamma_d^2 \left(1 + \gamma_a^2 \frac{\xi}{\zeta_0} \right) = 1 \quad (14)$$

式(14)被称作耗能增效方程,它经过严密的公式推导,从数学层面揭示了惯容减震结构的耗能增效机理,也为基于性能需求的惯容减震结构设计提供了理论依据。

2 惯容减震特性

对惯容减震相关概念进行明确定义,并厘清了惯容减震技术的原理之后,本文将进一步阐述惯容减震技术在应用过程中的减震特性。

2.1 动态负刚度

从力-位移关系的角度观察惯容元件的力学特性,可以发现它的控制力与两端点相对变形之间呈线性关系,斜率为负数,即惯容元件的等效刚度为负^[10]。假定惯容元件两端点之间以圆频率 ω_p 做幅值为 u_p 的简谐运动,即

$$u_{in} = u_p e^{i\omega_p t} \quad (15)$$

对其两次求导可以得到惯容元件两端的相对加速度,进而得到惯容元件的控制力为:

$$P = -m_{in} \omega_p^2 u_p e^{i\omega_p t} \quad (16)$$

结合式(15)和(16)可以得到惯容元件的力-位移本构关系为:

$$P = -m_{in} \omega_p^2 u_{in} \quad (17)$$

惯容元件的动态负刚度特性如图 16 所示,包括惯容元件的力-位移本构关系以及力-加载频率关系。从图 16(a)中可以看出,当加载频率 ω_p 一定时,惯容元件的控制力随着变形幅值 u_p 的增大而减小;其控制力的绝对值随着变形幅值绝对值的增大而增大。从图 16(b)中可以看出,当变形幅值 u_p 一定时,惯容元件控制力的幅值随着加载频率 ω_p 的增大而减小;控制力幅值的绝对值则随着加载频率 ω_p 的增大而增大。此外,还可以看出,惯容元件的负刚度参数(力-位移关系曲线的斜率)是依赖于加载频率的,其负刚度参数的绝对值与加载频率呈二次相关。因此,惯容元件在应用时将表现出非线性的动态负刚度,对于理解惯容系统内部相对变形的运动特征、减震原理等有一定的帮助,但需要注意并不能直接利用其负刚度进行定量的计算分析。

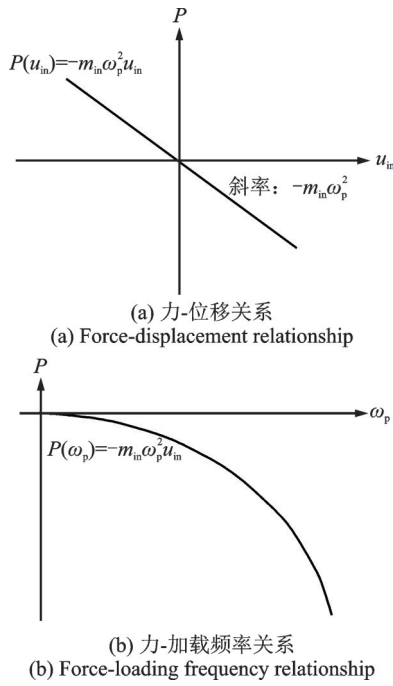


图 16 简谐激励下惯容元件的动态负刚度^[12]

Fig. 16 Dynamic negative stiffness of inerter element under harmonic excitation^[12]

2.2 轻量化调谐

当惯容元件或惯容子系统与调谐减震系统结合时,能够实现轻量化调谐控制^[12, 24]。动态质量增效是惯容元件的优势,将惯容元件或者惯容系统与调谐质量系统(TMD)结合后所形成的轻量调谐式惯容系统(TMIS),可以在结构性能目标保持不变的情况下,显著地降低对调谐质量的需求,如图 17 所示。

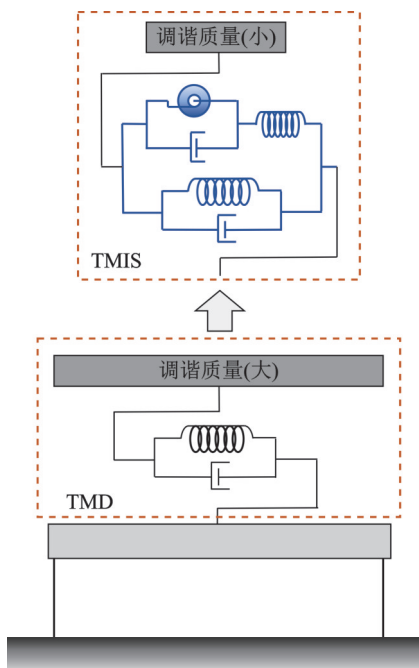


图 17 惯容系统的轻量化调谐效应

Fig. 17 Lightweight tuned effect of inerter system

2.3 模态靶向控制

惯容系统还具备靶向调谐功能^[13],即能够精准控制多自由度结构的指定阶模态响应而不影响其他的模态。这种特性需要通过惯容系统的参数进行合理设计才能够实现,首先通过传递函数峰值等效的方式得到惯容系统的等效阻尼比,之后基于主自由度概念、定点理论以及振型分解法得到惯容系统参数,即可实现多自由度结构的模态靶向控制。

以一个 7 自由度的标准模型为例,图 18 展示了惯容系统对该模型的靶向控制特征,图中为受控结构的位移响应功率谱密度函数。由于模型的自由度为 7,故其功率谱密度函数中将会出现 7 个峰。利用惯容系统可以精准控制结构的每一阶模态响应。这在功率谱密度函数曲线上则表现为能够降低曲线特定峰值点的数值,而不影响其他峰值点。仅控制第 1 阶模态时,仅有第 1 个峰降低,第 2~7 个峰没有变化;控制第 1 阶和第 2 阶模态时,仅有第 1 个和第 2 个峰降低,第 3~7 个峰没有变化(见图 18)。

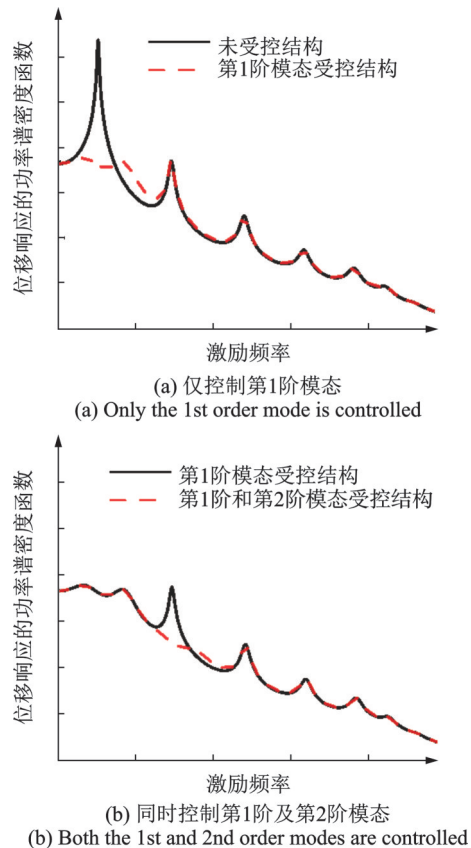


图 18 惯容系统的靶向控制特征^[13]

Fig. 18 Targeting control characteristics of inerter system^[13]

3 惯容减震设计

3.1 性能导向的优化设计理念

本节重点阐释惯容减震结构的设计理论框架,

即性能导向的优化设计,并在此基础上阐述层间式、轻量调谐式、隔震式三种惯容减震结构的具体设计方法。

所谓性能导向设计,即在明确结构减震设计的性能目标之后,在设计过程中需要以达到性能目标为显式的指引方向进行惯容系统的设计,如此设计时就无需进行反复的参数迭代试算。

惯容系统具有多个关键参数,满足性能目标的参数组合并不唯一,因此设计时需要在可行解中找出最优解以充分发挥惯容系统的控制特性,体现惯容系统的优势。

简言之,本文建议的性能导向优化设计理论框架可以在实现减震性能目标的前提下,充分发挥惯容系统的作用,并可以同时确保设计效率和结构减震效率。

3.2 性能导向的优化设计方法

实施性能导向的优化设计需要解决两个关键问题,即减震性能目标和优化设计原则的确定。

3.2.1 减震性能目标

合理的结构减震设计应该从合理地预定减震性能目标开始。若结构的首要目标是实现位移控制,结构的主要性能目标可设为位移减震比 γ_d ,表达式为:

$$\gamma_d = \frac{\sigma_{u_c}}{\sigma_{u_o}} \text{ 或 } \gamma_d = \frac{\max(u_c)}{\max(u_o)} \quad (18)$$

式中 u_c 和 u_o 分别表示减震结构和原结构的位移响应。

当以随机振动分析为主要设计分析手段时,建议采用基于均方根值的减震比;以动力时程分析或复模态反应谱法为主要设计分析手段时,建议采用基于最大值的减震比。除了位移响应之外,还可以根据工程需要,以结构的其他响应量(如加速度响应、弯矩等)作为性能目标。本文以位移响应作为性能指标量为例进行说明。

由于减震装置的承载能力也不是无限的,减震设计时应考虑减震装置的性能。前文提到耗能增效是惯容系统的关键特性,耗能增效比 γ_a 既可以用于判断惯容系统的耗能效率提高程度,也可作为惯容系统本身的性能指标用于界定惯容系统本身的变形是否过大。

3.2.2 优化设计原则

惯容减震结构的优化设计原则,即优化设计问题的数学描述,包含两个重要组成部分:优化目标、约束条件。根据性能导向设计理念,减震性能目标应作为优化约束条件;另外实际生产、安装条件的限制也可设为约束条件。在满足性能目标约束的前提下,可以选取减震控制成本或者除性能目标外的其他减震效果指标作为优化目标,例如:以惯质比最小化为优化目标以实现经济的减震设计,或者以加速度响应最小化为优化目标以实现多指标的减震设计(见表1)。

表 1 惯容系统的优化设计

Tab. 1 Optimal design of inerter systems

惯容减震体系	优化设计原则		
	优化变量	优化目标函数	约束条件
层间式	$\mu, \kappa, \xi \in R_{in}$		
轻量调谐式	$\mu, \kappa, \xi \in R_{in}$ $\eta, \beta_i, \xi_i \in R$	减震控制成本函数 $f_{cost}(\mu, \xi, \kappa, \dots)$ 或结构的速度、加速度、能量响应、损伤指标等 $S(\mu, \xi, \kappa, \dots)$	结构位移减震比等于目标值 $\gamma_d = \gamma_{d,t}$ 惯容系统耗能增效比等于目标值(可选) $\gamma_a = \gamma_{a,t}$
隔震式	$\mu, \kappa, \xi \in R_{in}$ $\beta_{iso}, \xi_{iso} \in R$		

注: R_{in} 为惯容系统参数取值的可行域; R 为其他减震参数取值的可行域。

惯容减震结构优化设计的核心优化变量有3个,即惯质比 μ 、刚度比 κ 和名义阻尼比 ξ 。对于不同惯容减震体系,所涉及的具体优化变量会有所区别。轻量调谐式的惯容减震结构(见图19(a))的优化变量除了惯容系统的3个参数外,还包括调谐质量比 $\eta = m_t/m$ 、调谐频率比 $\beta_i = \sqrt{k_t/m}/\omega$ 、调谐阻尼比 $\xi_i = c_t/(2\sqrt{km})$ 。而隔震式惯容减震结构(见图19(b))的优化变量除了惯容系统的3个参数外,还包

括隔震频率比 $\beta_{iso} = \sqrt{k_{iso}/m}/\omega$ 、隔震层阻尼比 $\xi_{iso} = c_{iso}/(2\sqrt{km})$ 。表1整理了通用的惯容减震结构的优化设计原则,可供设计分析时参考。对于不同的惯容减震结构体系,还存在一些独特的优化设计原则。对于轻量调谐式惯容减震结构,可以利用惯容系统的调谐轻量化减震特性,以调谐质量比 η 最小化作为优化设计目标之一,能够以最低质量实现结构减震控制并提高结构振动控制频带;对于隔震式惯容

减震结构,可以把隔震层位移也作为结构的性能指标,将上部结构位移减震比 γ_d (或其他性能指标,如加速度指标等)、隔震层位移减震比 $\gamma_{d,iso}$ 作为双重优化目标。

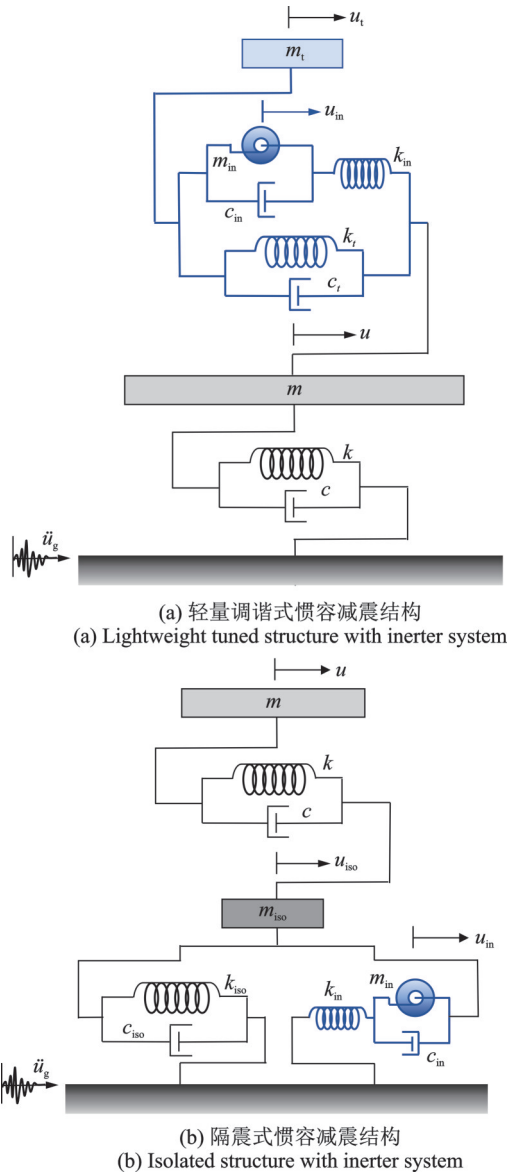


图 19 轻量调谐式及隔震式惯容减震结构的力学简图
Fig. 19 Mechanical sketch of lightweight tuned and isolated structure with inerter system

3.2.3 设计流程

根据前文所述,可以总结归纳出惯容减震结构的设计流程,如图 20 所示。

惯容减震结构的设计流程框架为:

- (1) 在设计准备阶段需要建立好结构的分析模型。
- (2) 根据地震危险性、结构性能、业主需求等工程实际情况以及有关规范标准的要求确定减震性能目标。
- (3) 结合性能目标和结构特点选取合适的惯容减震结构体系。

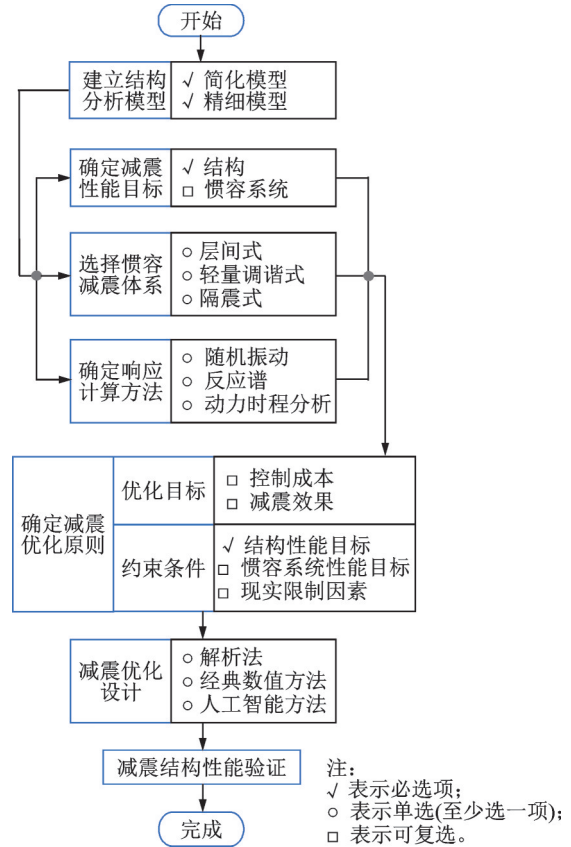


图 20 惯容减震结构的设计流程
Fig. 20 Design flow of structure with inerter system

(4) 在权衡计算准确性和复杂性的基础上明确结构地震响应分析方法。设计阶段建议采用简化结构模型和基于功率谱或反应谱的响应计算方法。

(5) 参考表 1 确定优化设计原则,建立优化问题的数学模型。

(6) 选用合适的方法求解优化设计问题。可选的优化设计计算方法包括:(a) 基于理论公式的解析法,如拉格朗日乘法;(b) 基于梯度的经典数值方法;(c) 人工智能方法,如遗传算法、粒子群算法、机器学习等。

(7) 结构减震性能验算。用动力时程分析法对精细结构模型进行性能验算。按上述步骤设计的惯容减震结构一般情况下是能满足性能目标的。如因模型简化合理性不足等原因导致与性能目标有较大偏差,可酌情调整性能目标重新设计。

4 结论

本文围绕惯容的四个关键问题(见引言)开展了研究工作,发现惯容元件可提供真实的惯性力,应与经典力学中假想惯性力的概念相区分。对惯容减震技术中关键名词的定义进行了讨论和说明;从传递函数的角度解释了惯容减震技术与经典减震技术的区别;阐述了惯容减震技术的减震特性与其在结构

控制应用中的基本策略。可以得到如下结论:

(1)惯容元件是一种相对加速度相关型的力学元件,其控制力与两端点间的相对加速度成比例;惯容系统是惯容元件与多类、多个力学元件组合而成的控制系统;惯容减震结构是采用惯容系统进行减震控制的结构,主要分为层间式、轻量调谐式、隔震式惯容减震结构三种类型。

(2)与经典力学中惯性力为假想力不同,惯容元件提供的惯性力是真实存在的。惯容的“惯性”仅表示加速度相关,在理解相关问题时需注意与经典力学中惯性概念的区别。

(3)惯容减震技术与经典减震技术的减震原理的差别可用结构位移、速度、绝对加速度响应传递函数的方式来解释。相比于隔震技术,惯容减震技术不会导致位移响应的增加,能够实现结构动力自由度全响应指标(位移、速度、加速度)的降低;相比于消能减震技术,惯容减震技术能够在附设相同阻尼耗能装置的前提下耗散更多的输入能量,得到更优的减震效果;相比于经典调谐减震技术,惯容减震技术具有“零质量控制”的轻量化优势,且不会带来额外的地震作用。

(4)惯容减震技术具有多种特性,能适用于不同的振动控制应用场景:耗能增效特性能够将输入能量高效吸收到惯容系统中,提升阻尼元件的耗能效率,进而更好地保护主体结构;动态负刚度特性引起惯容系统内部各元件的不同步运动,也可实现对结构自振特性的调整;轻量化调谐特性能够在实现控制目标的同时显著降低所需的调谐质量,节约装置与空间成本;模态靶向控制特性能够精准控制结构的任意单个或多个模态,精准控制结构的地震响应。

(5)惯容减震结构的设计框架以性能导向、优化控制为基本方针,在统一的设计框架下,层间式、轻量调谐、隔震式三种惯容减震结构对应具体的设计方程。所提出的控制策略体现了惯容系统设计参数、结构性能目标以及惯容系统耗能增效性能之间的内在联系,为惯容减震技术提供了高效可行的设计方法。

参考文献:

[1] MATSUSHITA K, IZUMI M. Some analyses on mechanisms to decrease seismic force applied to buildings [C]//The 3rd World Conference on Earthquake Engineering. Wellington, New Zealand, 1965: 342-359.

[2] CONSTANTINOU M C, TADJBAKHSI I G. Optimum design of a first story damping system [J]. Computers and Structures, 1983, 17(2): 305-310.

[3] DEN HARTOG J P. Mechanical Vibrations [M]. New York: Dover Publications, 1985.

[4] CLOUGH R W, PENZIEN J. Dynamics of Structures [M]. 3rd ed. California, USA: Computers and Structures, Inc., 2003.

[5] CHOPRA A K. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering [M]. 4th ed. New York: Prentice Hall, 2012.

[6] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2012, 41(3): 453-474.

[7] SAITO K, INOUE N. A study on optimum response control of passive control systems using viscous damper with inertial mass: substituting equivalent nonlinear viscous elements for linear viscous elements in optimum control systems [J]. AIJ Journal of Technology and Design, 2007, 13(26): 457-462.

[8] ZHANG Ruifu, ZHAO Zhipeng, PAN Chao, et al. Damping enhancement principle of inerter system [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2020, 27(5): e2523.

[9] ZHAO Zhipeng, CHEN Qingjun, ZHANG Ruifu, et al. Energy dissipation mechanism of inerter systems [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 184: 105845.

[10] ZHAO Zhipeng, CHEN Qingjun, ZHANG Ruifu, et al. A negative stiffness inerter system (NSIS) for earthquake protection purposes [J]. Smart Structures and Systems, 2020, 26(4): 481-493.

[11] CHEN Qingjun, ZHAO Zhipeng, XIA Yuying, et al. Comfort based floor design employing tuned inerter mass system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 458: 143-157.

[12] ZHANG Ruifu, ZHAO Zhipeng, DAI Kaoshan. Seismic response mitigation of a wind turbine tower using a tuned parallel inerter mass system [J]. Engineering Structures, 2019, 180: 29-39.

[13] ZHANG Ruifu, ZHANG Luqi, PAN Chao, et al. Targeted modal response control of structures using inerter systems based on master oscillator principle [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 206: 106636.

[14] SUGIMURA Y, GOTO W, TANIZAWA H, et al. Response control effect of steel building structure using tuned viscous mass damper [C]//The 15th World Conference on Earthquake Engineering. Lisbon, Portugal, 2012.

[15] 张瑞甫, 柯永贤, 李喆, 等. 基于惯容系统的油田注水泵房结构减振 [C]//ECF 国际页岩气论坛 2021 第十一

- 届亚太页岩油气暨非常规能源峰会. 上海, 2021: 163-169.
- ZHANG Ruifu, KE Yongxian, LI Zhe, et al. Vibration mitigation of waterflood pump station based on inerter system[C]//ECF International Shale Gas Forum 2021 the 11th Asia-Pacific Shale Oil & Gas and Unconventional Energy Summit. Shanghai, 2021: 163-169.
- [16] KASAI K, FU Y M, WATANABE A. Passive control systems for seismic damage mitigation[J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(5): 501-512.
- [17] KELLY J M, SKINNER R I, HEINE A J. Mechanisms of energy absorption in special devices for use in earthquake resistant structures[J]. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, 1972, 5(3): 63-88.
- [18] SAITOH M. On the performance of gyro-mass devices for displacement mitigation in base isolation systems[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2012, 19(2): 246-259.
- [19] KAWAMATA S, YONEDA M, HANGAI Y. Development of vibration control system for structures by means of mass pumps[R]. Tokyo, Japan: Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 1973.
- [20] NEWTON I. The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy[M]. Berkeley, USA: University of California Press, 1999.
- [21] GARRIDO H, CURADELLI O, AMBROSINI D. Improvement of tuned mass damper by using rotational inertia through tuned viscous mass damper[J]. Engineering Structures, 2013, 56: 2149-2153.
- [22] IKAGO K, SUGIMURA Y, SAITO K, et al. Modal response characteristics of a multiple-degree-of-freedom structure incorporated with tuned viscous mass dampers [J]. Journal of Asian Architecture and Building Engineering, 2012, 11(2): 375-382.
- [23] PAN Chao, ZHANG Ruifu. Design of structure with inerter system based on stochastic response mitigation ratio[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2018, 25(6): e2169.
- [24] 张瑞甫, 曹嫣如, 潘超, 等. 典型激励下调谐质量惯容系统 TMIS 的轻量化结构控制[J]. 工程力学, 2022, 39(9): 58-71.
- ZHANG Ruifu, CAO Yanru, PAN Chao, et al. Lightweight structural control based on tuned mass inerter system (TMIS) under typical excitation[J]. Engineering Mechanics, 2022, 39(9): 58-71.

Discussion on the basic concept and design paradigm of inerter system

ZHANG Rui-fu^{1,2}, WU Min-jun^{1,2}, PAN Chao³

- (1. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. Department of Disaster Mitigation for Structures, College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
3. School of Civil Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: Inerter element is a mechanical element whose inertia force is proportional to the relative acceleration between its terminals. This kind of specific inertia force is not involved in classical theory of Structural Dynamics. From the point of view of inertial and non-inertial reference frame, the inerter element is proposed as a real inertial force element. The difference between the real inertial force of inerter element and the virtual inertial force of classical mass element is also explained. In order to illustrate the differences between inerter-based technology and classical structure control technologies, the vibration mitigation mechanisms of classical technologies are elaborated firstly. Based on the mechanical relationship of inerter element and inerter system, the concepts of inerter element, inerter system and structure with inerter system are defined and explained. From the point of motion equations and energy equations of structures with inerter systems, the enhancement mechanism of inerter-based technology is revealed. The characteristics of inerter-based technology, involving dynamic negative stiffness, lightweight tuning and targeted modal control, are also described, which provides an alternative way for high-performance control of structure. On this basis, the theoretical design framework of inter-story, lightweight-tuned and isolated structures with inerter systems are given, performance-oriented optimal design namely, which can provide reference for the practical design of structure with inerter system.

Key words: structural control; real inertial force; inerter; vibration mitigation principle

作者简介: 张瑞甫(1980—),男,博士,副教授。E-mail: zhangruifu@tongji.edu.cn。

通讯作者: 潘超(1985—),男,博士,副教授。E-mail: panchao@ytu.edu.cn。