

# 一种混合结构自适应振动有源控制策略

杨玉良<sup>1</sup>, 周俊成<sup>2</sup>, 刘学广<sup>1</sup>, 王岩岩<sup>2</sup>, 冯峰<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工程大学动力与能源工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工程大学烟台研究院, 山东 烟台 264000)

**摘要:** 针对电机驱动海水泵振动有源控制的鲁棒性和稳定性问题, 基于卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)算法, 提出一种混合结构自适应振动有源控制策略。建立了系统状态预测方程、状态转移矩阵及测量矩阵等, 搭建了混合结构自适应振动有源控制系统模型。为提高算法的收敛性能, 提出一种测量噪声协方差矩阵的在线更新策略。对多频激励下的频率突变、幅值突变进行仿真, 仿真结果表明, 所提控制策略可有效减弱参考信号与振动源信号的强相关性; 实现了在高斯白噪声作为参考信号的前提下, 振动有源控制仍然有效; 鲁棒性、稳定性和控制效果均优于变步长 FxLMS 算法。

**关键词:** 振动有源控制; 多频激励; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** TB535; TP273<sup>+</sup>.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)12-2086-07

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.12.010

## 引言

随着船舶/海洋平台等动力机械对低频振动控制的要求不断提高, 关于低频振动控制策略的问题受到广泛关注<sup>[1]</sup>。低频振动控制主要采用有源控制(Active Vibration Control, AVC)的方式。振动有源控制系统主要由传感器、控制器、执行机构等组成。一般情况下, 在船舶航行过程中动力设备启停及运转, 以及传感器的精度和适应环境的能力等均会对振动有源控制系统造成影响。由于传感器老化、失效等原因, 导致采集的参考信号与振动源信号产生偏差, 会引起频率及幅值的突变, 极易造成有源控制系统的失效。在 AVC 领域, 经典的控制策略为滤波-x 最小均方算法(简称 FxLMS)。但 FxLMS 算法在处理多频激励源时, 多采用并联结构调节步长, 过度依赖参考信号的输入, 致使算法的收敛性和鲁棒性较差<sup>[2-4]</sup>。减弱参考信号与初级振源之间的强相关性需求是提高振动有源控制效果的突破口之一。近年来, 随着神经网络算法的兴起, 有学者对其进行了探索, 但由于计算量过大导致其很难在实际中广泛应用, 而 KF 算法在处理动态系统中的噪声和不确定性方面表现出色, 能够更精确地估计信号的状态。

梁清等<sup>[5]</sup>采用 FxKalman 算法对单频、窄带和宽带信号进行了仿真及实验研究, 验证了其收敛速度

优于 FxLMS 和 FxRLS。王磊等<sup>[6]</sup>针对有源头靠噪声控制问题, 采用前馈 KF 算法, 有效提高算法的收敛速度并提升控制效果, 同时提出了不确定性协方差矩阵的在线更新策略, 降低了算法计算复杂度。

本文基于滤波理论和控制理论思想, 结合 KF 算法, 提出一种混合结构自适应振动有源控制策略, 通过提高量测信息包含的信息量, 用以减少引入噪声及后验估计对控制效果的影响。本研究提出的控制策略具有更好的控制效果及鲁棒性, 将本文方法与变步长 FxLMS 算法(简称 VSSFxLMS)进行比较, 仿真表明, 所提控制策略在收敛速度、控制效果及鲁棒性方面均优于经典算法, 为减弱参考信号与初级振源的强相关性需求提供了有效途径, 实现了对非平稳频率失调振动的有效抑制。

## 1 混合结构自适应 AVC 系统

KF 算法是根据贝叶斯估计推导得出的, 是目前最接近贝叶斯滤波的次优滤波算法之一, 其主要特点为: 抗干扰能力强、可跟踪随机信号。考虑到影响 KF 算法准确性的关键因素之一是新息方程, 即测量值与预测值的差值, 因此新息方程包括的信息量越多、越准, 对状态量的估计越准确<sup>[7-9]</sup>。在振动有源控制过程中只有误差信息包括了所有的信息量, 因此在前馈算法的基础上, 提出一种混合结构。

在最优估计过程中需重点构建以下矩阵方程及



表2 单次迭代各算法的计算量

Tab. 2 The amount of computation for each algorithm in a single iteration

算法	加法运算量	乘法运算量
VSSFxLMS	$3L + LH + H$	$11L + 2H$
前馈KF	$4L^3 + 2L^2 - 6L + LH + 2$	$3L^3 + 4L^2 + 2L + LH$
混合KF	$2(4L^3 + 2L^2 - 6L + LH + 2)$	$2(3L^3 + 4L^2 + 2L + LH)$

## 2 测量噪声协方差矩阵的在线更新策略

考虑到在振动有源控制过程中,观测噪声的统计特性会对滤波器的估计精度和收敛速度产生较大的影响。针对状态预测方程建模的不精确问题,利用测量信息,即误差信号,对测量噪声协方差矩阵进行实时估计。

经过时间更新过程得到  $n$  时刻的状态预测值  $W^-(n)$  和先验估计协方差矩阵  $p^-(n)$ 。基于 KF 算法量测更新过程,得到  $n$  时刻的量测预测值:

$$Z^-(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r(W_i^-(n)) \quad (6)$$

式中  $M$  表示数据长度。

则,  $n$  时刻的新息方程为:

$$v(n) = Z(n) - Z^-(n) \quad (7)$$

对式(7)两侧求方差,得到  $n$  时刻的量测预测协方差矩阵:

$$E[v(n)v^T(n)] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Z_i(n)Z_i^T(n) - Z^-(n)[Z^-(n)]^T + R(n) \quad (8)$$

式中  $Z_i(n) = r(W_i(n))$ 。

$$\text{令 } P'(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Z_i(n)Z_i^T(n) - Z^-(n) \cdot [Z^-(n)]^T$$

测量噪声协方差矩阵:

$$R(n) = E[v(n)v^T(n)] - P'(n) \quad (9)$$

式中  $E[v(n)v^T(n)]$  在理论上表示随机序列的集总平均,然而在自适应滤波算法的实际应用中应以时间平均代替,因此  $R(n)$  的等加权递推估计可构造如下:

$$\begin{aligned} R^-(n) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v_i v_i^T - P') = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^{n-1} (v_i v_i^T - P') + (v(n)v^T(n) - P'(n)) \right] \\ &= \frac{1}{n} [(n-1)R^-(n-1) + v(n)v^T(n) - P'(n)] \\ &= \left(1 - \frac{1}{n}\right) R^-(n-1) + \frac{1}{n} [v(n)v^T(n) - P'(n)] \end{aligned} \quad (10)$$

利用指数渐消记忆加权的方式替代等加权平均

方式以减弱过去观测噪声的影响,则式(10)变为:

$$R^-(n) = [1 - b(n)]R^-(n-1) + b(n)[v(n)v^T(n) - P'(n)] \quad (11)$$

$$\beta(n) = \frac{\beta(n-1)}{\beta(n-1) + b} = \frac{1 - b}{1 - b^{n+1}} \quad (12)$$

由式(12)可以看出,加权系数  $\beta(n)$  的初值  $\beta(0) = 1$ ,  $b$  为渐消因子,取值范围为  $0 < b < 1$ 。当  $n$  足够大时,近似有  $\beta(n) = 1 - b$ ,因此  $b$  取值越小,陈旧噪声的影响越小,通常  $b$  在  $0.9 \sim 0.99$  范围内取值。由式(11)可以看出,如果实际系统的观测噪声与理论建模值相比偏小,则  $v(n)v^T(n)$  会比较小;如果状态噪声设置偏大,则  $P'(n)$  会比较大。以上两种情况都可能导致  $v(n)v^T(n) - P'(n) < 0$ ,从而容易使  $R^-(n)$  失去正定性,引起滤波异常。为避免此问题的发生,将  $R^-(n)$  的估计形式修改为渐进无偏估计。随着  $n$  的增加,  $P'(n)$  会逐渐减小趋近于零,因此,  $R^-(n)$  的渐近无偏估计形式如下:

$$R^-(n) = (1 - b(n))R^-(n-1) + b(n)v(n)v^T(n) \quad (13)$$

由式(13)可以看出,只要初始设置的  $R(0)$  是正定阵,且  $\beta(n)$  满足  $0 < \beta(n) < 1$ ,那么  $R^-(n)$  在整个自适应估计过程中会一直保持正定,提高了算法的鲁棒性。

另一方面,由于对  $R(n)$  的估计采用了渐近无偏估计形式,在滤波开始阶段系统状态协方差阵还未收敛,此时忽略了  $P'(n)$  项可能会在  $R(n)$  估计过程中引入较大的误差,严重时可能造成滤波器不稳定,因此在滤波开始阶段不宜对  $R(n)$  进行自适应估计。基于此,将加权系数  $\beta(n)$  改为如下分段形式:

$$\beta(n) = \begin{cases} 0, & n \leq N \\ \frac{1 - b}{1 - b^{n+1}}, & n > N \end{cases} \quad (14)$$

式中  $N$  为预设的正整数。

最后,利用测量噪声协方差矩阵的估计值  $R^-(n)$  进行 KF 算法量测更新,即估计当前时刻的状态和状态协方差矩阵。

## 3 仿真与分析

以电机驱动海水泵为应用背景进行计算机仿



真。仿真数据来自电机驱动海水泵振动实测数据。采样频率 $f_s=1000$  Hz。辨识过程和控制过程的滤波器阶数均为 256。初级振源分别为频率为 55, 45 和 35 Hz 的正弦信号, 均进行 4 倍频谐波的仿真, 幅值依次设定为 0.2, 0.15, 0.1 和 0.08。为验证鲁棒性能, 参考信号依次设为同初级振源信号、非相关频率 60 Hz 正弦信号和高斯白噪声。为验证稳定性, 分别对频率突变及幅值突变进行仿真。为验证所提算法应对非稳态激励的控制性能, 对时变频率及时变幅值进行仿真, 同时考虑自适应  $R$  的影响以及收敛速度, 从而全面分析混合 KF 算法的振动有源控制性能。

在 AVC 控制之前, 首先对作动器与传感器之间的传递函数进行系统辨识, 辨识效果如图 2 所示。

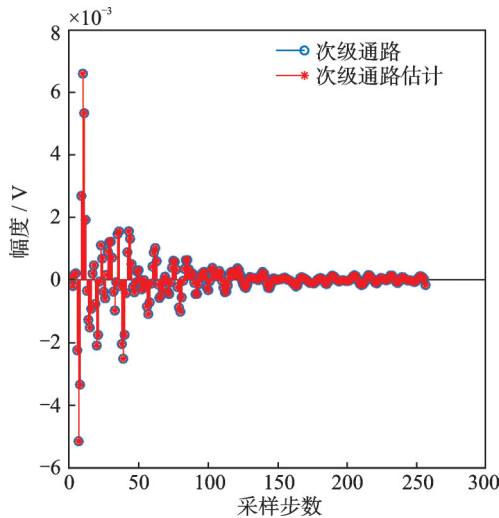


图 2 次级通路辨识

Fig. 2 Secondary pathway identification

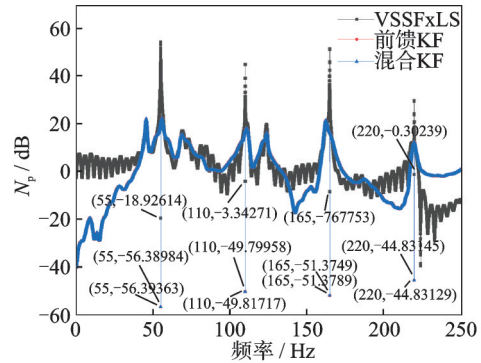
### 3.1 鲁棒性分析

为验证混合 KF 算法的有效性, 首先与 VSSFxLMS 算法进行对比。设置参考信号为初级振源, 降噪性能用  $N_p$  表示, 单位为 dB, 计算公式如下:

$$N_p = 20 \lg \frac{FFT(e)}{FFT(Z)} \quad (15)$$

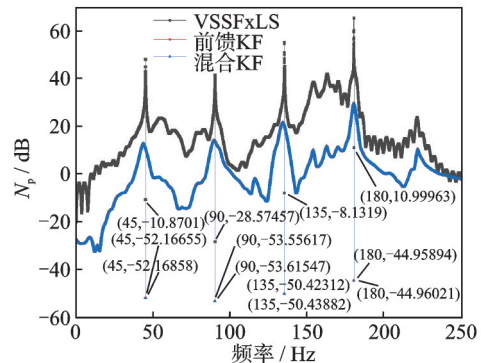
式中  $FFT(e)$  为有源控制后误差信号的傅氏变换;  $FFT(Z)$  为初级振源信号的傅氏变换。初级振源和参考信号均不带噪。频域控制效果如图 3 所示。

由图 3 可知, 在自适应过程收敛后, 混合 KF 算法各倍频处的降噪性能明显优于 VSSFxLMS 算法, 且降噪幅度较大。但前馈 KF 算法与混合 KF 算法控制效果相近, 主要原因为参考信号同干扰源信号, 导致混合 KF 结构中反馈的误差信号不再提供新的信息, 因此失去了新息方程修正的作用。当参考信号与干扰源信号出现差异时, 混合 KF 控制效果将明显优于前馈 KF 控制效果。下文分析验证混



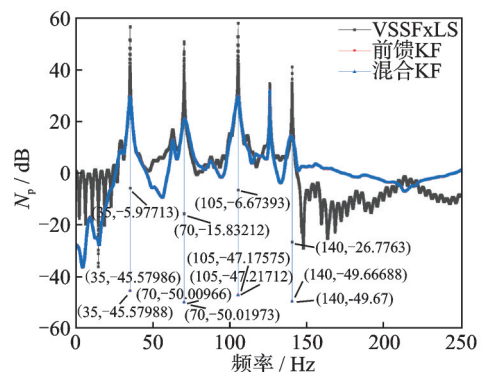
(a) 55 Hz 降噪性能对比

(a) Comparison of 55 Hz noise reduction performance



(b) 45 Hz 降噪性能对比

(b) Comparison of 45 Hz noise reduction performance



(c) 35 Hz 降噪性能对比

(c) Comparison of 35 Hz noise reduction performance

图 3 降噪性能对比

Fig. 3 Comparison of noise reduction performance

合 KF 算法的鲁棒性能。

为验证混合 KF 算法的鲁棒性能, 初级振源选用 45 Hz 及 4 倍频谐波, 参考信号分别设置为频率为 60 Hz 正弦信号和均值为零、方差为 1 的高斯白噪声 (White Gaussian Noise, WGN), 其频域控制降噪效果如图 4 和表 3 所示。

根据仿真结果可知, VSSFxLMS 算法控制效果较差, 前馈 KF 算法在控制效果方面略优于 VSSFxLMS 算法, 混合 KF 算法控制效果显著。

从理论角度分析: 基于 LMS 算法的自适应过程实质上是抵消干扰源信号中与参考信号相关的分量, 只保留与其不相关的分量; 基于 KF 算法的自适应过程是基于贝叶斯估计, 当新息方程包含的信息越多, 得到的最优值越准。综上所述, 无论从理论推

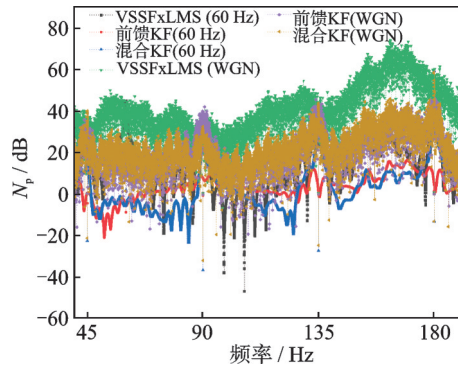


图4 参考信号为60 Hz和WGN的降噪性能对比

Fig. 4 Comparison of noise reduction performance of 60 Hz and WGN as reference signals

表3 降噪性能数值对照(单位: dB)

Tab. 3 Numerical comparison of noise reduction performance(Unit: dB)

控制策略	参考信号	R 振动源基频及倍频/Hz			
		45	90	135	180
VSSFxLMS	60 Hz	0.01	-0.02	-0.05	-0.04
前馈KF	60 Hz	-4.68	-1.12	0.81	1.11
混合KF	60 Hz	-22.88	-36.99	-27.57	-13.50
VSSFxLMS	WGN	-0.12	-0.03	0.09	0.55
前馈KF	WGN	-0.08	-0.61	-0.38	-0.18
混合KF	WGN	-21.56	-32.33	-25.01	-13.42

导,还是仿真结果分析,混合KF算法的鲁棒性能明显优于VSSFxLMS算法的鲁棒性能。

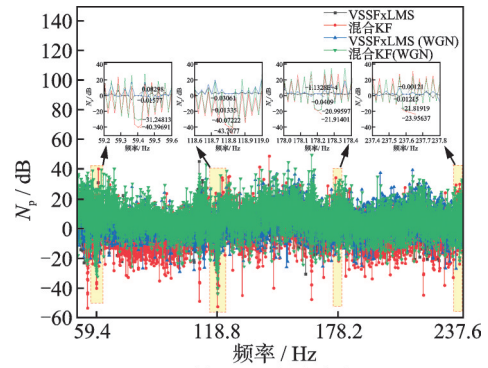
### 3.2 频率突变

初级振源在25 s时,频率突变量设置为8%,信噪比约为10:1,参考信号分别设置为突变前信号和WGN,分别对VSSFxLMS和混合KF进行仿真,仿真结果如图5所示。

由仿真结果可知,在降噪性能方面,混合KF算法优于VSSFxLMS算法。

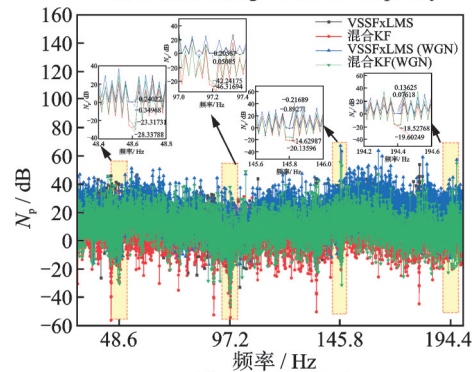
由理论分析得,两种参考信号相比,当参考信号为WGN时,测量值与真实值的差值较大,导致最优估计偏差变大,因此,当参考信号越接近初级振源信号时,降噪性能越好,理论与仿真结果吻合。考虑在频率突变过程中,混合KF算法中的测量噪声协方差阵仍为固定值,这不利于降噪性能的提升。因此,下文对测量噪声协方差矩阵进行自适应调整,选取突变频率为45 Hz进行仿真。

图6给出了 $N_p$ 对比,调用自适应 $R$ 后,在各倍频处降噪性能明显提升。调用自适应前 $R=1$ ,调用自适应后 $R=9.9 \times 10^{-7}$ ,收敛至较低的 $R$ 值,不确定性范围缩小,利于收敛和最优估计值。因此,调用自适应后,能够有效跟踪信号的动态变化。



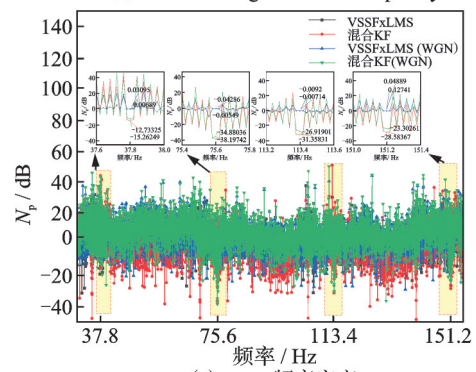
(a) 55 Hz频率突变

(a) Sudden change of 55 Hz frequency



(b) 45 Hz频率突变

(b) Sudden change of 45 Hz frequency



(c) 35 Hz频率突变

(c) Sudden change of 35 Hz frequency

图5 频率突变降噪性能对比

Fig. 5 Comparison of noise reduction performance with sudden frequency changes

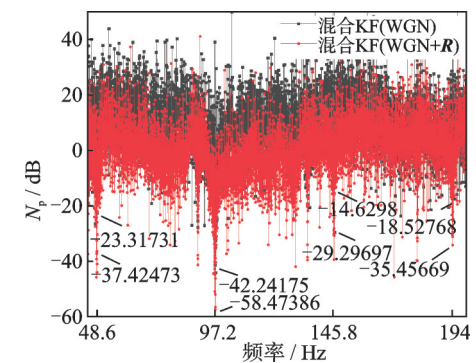


图6 自适应R降噪性能对比

Fig. 6 Comparison of adaptive R noise reduction performance

### 3.3 幅值突变

初级振源在25 s时,设置幅值突变量为原来的



2倍,信噪比约为 10:1,参考信号分别设置为突变前信号和 WGN,分别对 VSSFxLMS 和混合 KF 进行仿真,仿真结果如图 7 所示。

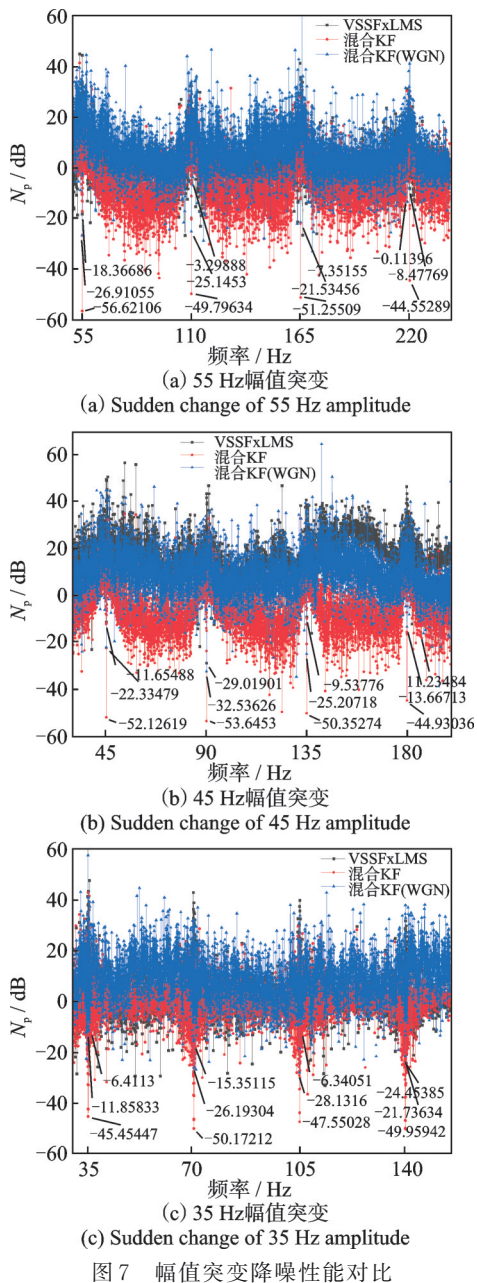


Fig. 7 Comparison of noise reduction performance with sudden amplitude change

由仿真结果得,混合 KF 算法在降噪性能方面优于 VSSFxLMS 算法。当参考信号为突变前信号时,混合 KF 算法的控制效果最佳,当参考信号为 WGN 时,控制效果明显下降,但仍优于 VSSFxLMS 算法。由理论分析得,当参考信号为 WGN 时,引入的白噪声会在控制过程中进行传递,会对有用信号跟踪产生影响,因此理论与仿真结果吻合。

与频率突变相同,当参考信号越接近初级振源信号时,降噪性能越好。选取幅值突变频率为 45 Hz 进行测量噪声协方差矩阵仿真。

由图 8 可知,调用自适应  $R$  后,幅值突变频域控制效果明显提升,调用自适应前  $R=1$ ,调用自适应后  $R=1.1 \times 10^{-6}$ ,收敛至较低的  $R$  值,不确定性范围缩小,有利于增强初级振动源扰动时系统的稳定性,因此,本文所提的测量噪声协方差矩阵能够在线更新策略,有效跟踪信号的动态变化。

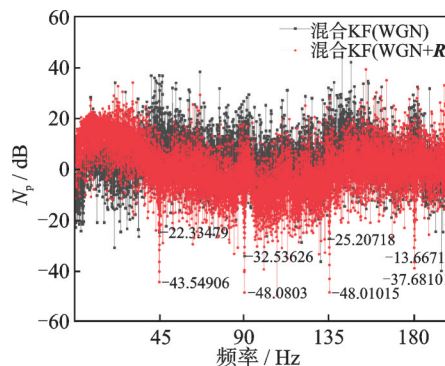


图 8 自适应  $R$  降噪性能对比

Fig. 8 Comparison of adaptive  $R$  noise reduction performance

## 4 结论

针对振动有源控制算法的鲁棒性和稳定性问题,提出一种混合结构自适应控制策略,不同于经典的 FxLMS 算法,参考信号可为白噪声。通过仿真结果分析,在初级振动源特性突变情况下,如频率和幅值的突变,混合 KF 算法的控制效果均优于 VSSFxLMS 算法。同时测量噪声协方差矩阵在线更新策略在应对频率突变、幅值突变时效果良好。因此,本文搭建的混合结构自适应振动有源控制策略在鲁棒性和稳定性方面优于 VSSFxLMS 算法。为振动有源控制提供了一种控制策略。

## 参考文献:

[1] 王迎春,马石,李彦,等.主动控制技术在船舶振动噪声控制中的应用[J].海军工程大学学报,2021,33(4):56-64.  
WANG Yingchun, MA Shi, LI Yan, et al. Application of active control technology on ship vibration and noise [J]. Journal of Naval University of Engineering, 2021, 33(4): 56-64.

[2] 方昱斌,朱晓锦,高志远,等.多频线谱激励下的混合自适应微振动主动控制[J].振动、测试与诊断,2021,41(1):96-104.  
FANG Yubin, ZHU Xiaojin, GAO Zhiyuan, et al. Hybrid adaptive algorithm for active micro-vibration control under multiple narrowband disturbances [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(1):

- 96-104.
- [3] KIM D W, HUR J W, PARK P G. Two-stage active noise control with online secondary-path filter based on an adapted scheduled-stepsize NLMS algorithm[J]. Applied Acoustics, 2020, 158: 107031.
- [4] KRISHNA A, RAVINCHANDRA L, FEI T K, et al. Active noise reduction using LMS and FxLMS algorithms[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2019, 1228(1): 012064.
- [5] 梁清, 王世闯, 王晓林. 基于 FxKalman 算法的有源控制器设计与实现研究[J]. 声学技术, 2017, 36(5): 491-498.  
LIANG Qing, WANG Shichuang, WANG Xiaolin. Design and implementation of FxKalman based active noise controller[J]. Technical Acoustics, 2017, 36(5): 491-498.
- [6] 王磊, 陈克安, 胥健, 等. 应用卡尔曼滤波的有源头靠噪声控制策略[J]. 西北工业大学学报, 2021, 39(5): 937-944.  
WANG Lei, CHEN Kean, XU Jian, et al. Noise control with Kalman filter for active headrest[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2021, 39(5): 937-944.
- [7] FABRY J, LIEBICH S, VARY P, et al. Active noise control with reduced-complexity Kalman filter[C]// 2018 16th International Workshop on Acoustic Signal Enhancement (IWAENC). IEEE, 2018: 166-170.
- [8] LU L, YIN K L, DE LAMARE R C, et al. A survey on active noise control in the past decade—part I: linear systems[J]. Signal Processing, 2021, 183: 108039.
- [9] LU L, YIN K L, DE LAMARE R C, et al. A survey on active noise control in the past decade—part II: nonlinear systems[J]. Signal Processing, 2021, 181: 107929.
- [10] BAMBANG R T. Adjoint EKF learning in recurrent neural networks for nonlinear active noise control[J]. Applied Soft Computing, 2008, 8(4): 1498-1504.
- [11] JANJANAM L, SAHA S K, KAR R, et al. An efficient identification approach for highly complex non-linear systems using the evolutionary computing method based Kalman filter[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2021, 138: 153890.
- [12] 黄博妍, 常琳, 马亚平, 等. 一种应对非平稳频率失调的窄带主动噪声控制系统[J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 186-193.  
HUANG Boyan, CHANG Lin, MA Yaping, et al. A new narrowband ANC system against nonstationary frequency mismatch[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(1): 186-193.

## A hybrid structure adaptive vibration active control strategy

YANG Yu-liang<sup>1</sup>, ZHOU Jun-cheng<sup>2</sup>, LIU Xue-guang<sup>1</sup>, WANG Yan-yan<sup>2</sup>, FENG feng<sup>2</sup>

(1.College of Power and Energy Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2.Yantai Research Institute, Harbin Engineering University, Yantai 264000, China)

**Abstract:** Aiming at the robustness and stability of the vibration active control of motor-driven seawater pumps, a hybrid structure adaptive vibration active control strategy is proposed based on the Kalman filter (KF) algorithm, which establishes the system state prediction equations, state transfer matrix and measurement matrix, and builds a hybrid structure adaptive vibration active control system model. In order to improve the convergence performance of the algorithm, an online update strategy for the measurement noise covariance matrix is proposed. Simulation results show that the new control strategy effectively overcomes the strong correlation between the reference signal and the vibration source based on the classical Filtered x Least Mean Square algorithm (“FxLMS”), and realizes effective vibration active control under the premise that Gaussian white noise is used as the reference signal. The robustness, stability, and control effect of the proposed strategy are all superior to that of the FxLMS algorithm with a variable step size. The results provide theoretical support for engineering practice and have certain potential application value.

**Key words:** active vibration control; multi-frequency excitation; Kalman filter

**作者简介:** 杨玉良(1989—),男,博士研究生。电话:(0535)2607689;E-mail: yliangy90@163.com。

**通讯作者:** 刘学广(1973—),男,博士,教授。E-mail: liuxueguang@hrbeu.edu.cn。