

宽带随机振动应力雨流变程概率密度 双 Gamma 分布模型

王 杰, 陈怀海, 郑荣慧

(南京航空航天大学航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 江苏 南京 210016)

摘要: 提出了一种确定宽带随机振动应力谱密度(power spectral density, PSD)对应的时域雨流变程概率密度函数(probability density function, PDF)的双 Gamma 分布模型, 并采用神经网络方法实现了模型的参数预测。给定一系列应力 PSD, 利用时域随机化方法生成对应的应力时间历程。运用雨流计数法统计应力时间历程的雨流变程数, 计算出应力变程概率密度值。根据上述每一个应力 PSD 的计算结果, 对所提出的应力雨流变程概率密度双 Gamma 分布模型进行参数拟合, 得到一组对应的模型参数。利用所得数据进行神经网络模型训练, 实现由给定的应力 PSD 直接预测出所对应的时域雨流变程 PDF。将双 Gamma 分布模型结果与 Dirlik 方法结果进行了对比, 并进行了疲劳寿命预测, 结果表明, 提出的双 Gamma 分布模型对宽带随机振动应力雨流变程 PDF 的确定更为准确。

关键词: 随机振动; 疲劳寿命; 应力概率密度; 雨流变程; 神经网络

中图分类号: O324 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)12-2124-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.12.014

引 言

在航空航天、车辆工程、船舶工业等领域内, 机载结构设备在实际运行中都会承受来自发动机自身和外部环境等产生的振动载荷, 其中有很大一部分为宽带随机振动^[1-2]。宽带随机振动会使结构在某些位置产生疲劳损伤, 这是导致结构破坏失效的主要原因, 关系到设备的安全性、耐久性和经济性等^[3-4]。因此, 研究结构在宽带随机振动应力下的振动疲劳问题, 并进行损伤计算和寿命预估, 具有重要的意义^[5-6]。

疲劳分析方法有基于应力、应变、断裂力学、能量等的多种方法, 本文主要研究适用于高周疲劳分析的基于应力的方法。基于应力的方法又可分为时域和频域两种, 它们分别基于应力时间历程进行计数统计和基于功率谱密度函数进行计算。时域方法通过直接对结构危险点处的应力时间历程数据采用各种循环计数方法^[7](如雨流计数法、幅值穿越法、区间计数等), 统计每个应力变程下的循环次数, 计算其对应的损伤, 之后采用损伤累积方法计算结构总的疲劳损伤, 预估疲劳寿命。频域方法则是直接根据结构危险点处的应力响应 PSD 函数, 得到应力的雨流幅值概率密度函数, 再进行损伤计算和疲劳

寿命预测。

在工程结构设计中, 为描述结构在复杂振动环境下的随机振动应力, 采用频域表达更为方便和直接。频域信号在理论上是对所有可能的时域信号的统计, 能反映信号的总体特征。另外, 采用频域分析方法相较于采用时域分析方法, 有数据量少、计算速度快等优点, 因此频域分析方法已经成为结构振动疲劳寿命分析的主流方法之一^[8-12]。

采用频域方法进行结构疲劳损伤计算的关键是如何根据给定的应力 PSD 确定应力雨流幅值 PDF。在窄带情形下, 应力雨流幅值的 PDF 与应力幅值的 PDF 是相同的, BENDAT 等^[13]从理论上推导得到了窄带随机振动应力的应力幅值 PDF 为瑞利分布函数。然而实际结构所处的随机振动环境大多是宽带的, 因此 WIRSCHING 等^[14]、BENASCIUTTI 等^[15]、ORITZ 等^[16]、ZHAO 等^[17]进一步提出了多种能适用于宽带的修正计算方法, 但这些方法在估算寿命时大多是偏向保守的^[18-19]。DIRLIK^[20]通过大量的模拟和计算, 提出了一个描述宽带随机振动应力雨流变程 PDF 的封闭经验公式。BISHOP^[21]进一步验证了 Dirlik 方法的正确性。如今, Dirlik 方法凭借其对于寿命计算的有效性, 成为了频域中基于 PSD 计算疲劳损伤和寿命的首选算法, 被各类商业计算软件广泛应用。

收稿日期: 2022-11-20; 修订日期: 2023-03-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12202187); 江苏省卓越博士后项目。

随着计算机技术的发展,计算能力不断提高,有研究者提出使用神经网络方法建立宽带疲劳的损伤计算与寿命预测模型。LI等^[22]研究了海洋平台的悬链线式系泊系统的宽带疲劳问题,提出了基于神经网络的宽带损伤预测模型,发现谱矩法是预测宽带疲劳损伤的更合适的方法。SUN等^[23]将多种宽带 PSD 谱型的谱参数和对应的损伤系数作为神经网络的输入和输出,训练得到了一种预测宽带随机疲劳寿命的人工神经网络模型。

本文通过研究分析时域内宽带应力随机过程的雨流变程 PDF 统计结果,结合 Gamma 分布特征,提出了一个双 Gamma 分布 PDF 模型,并给出了确定该模型参数的拟合方法。然后通过双 Gamma 分布模型参数和相应 PSD 谱参数之间的对应关系,使用神经网络进行训练学习,建立了一个由频域 PSD 到其对应的幅值域 PDF 模型的预测网络。这样就可以根据给定的宽带随机振动应力 PSD,直接预测得到进行损伤计算和寿命预测所需要的应力雨流变程 PDF 函数。最后通过算例验证本文提出的双 Gamma 分布模型的准确性。

1 频域疲劳寿命分析方法

本文研究的随机振动应力仅限于平稳高斯随机过程,将其用 $S(t)$ 表示。在频域中,随机过程 $S(t)$ 的 PSD 表示为 $G_{ss}(f)$, $G_{ss}(f)$ 为单边谱。 $G_{ss}(f)$ 的第 i 阶谱矩 m_i 定义为^[9]:

$$m_i = \int_0^{\infty} f^i G_{ss}(f) df \quad (1)$$

其中,频率 f 的单位为 Hz。

随机过程 $S(t)$ 的方差可表示为 $\sigma_s^2 = m_0$ 。谱宽参数表示为^[9]:

$$\alpha_i = \frac{m_i}{\sqrt{m_0 m_{2i}}} \quad (2)$$

峰值频率 v_p 和正向穿零频率 v_0 分别定义为^[12]:

$$v_p = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}, v_0 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3)$$

随机过程的不规则因子定义为^[12]:

$$\gamma = \frac{v_0}{v_p} = \sqrt{\frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (4)$$

当 $\gamma = 1$ 时,表示该随机过程为窄带随机过程,而宽带随机过程的不规则因子 $\gamma \rightarrow 0$ 。

为了方便计算结构的随机疲劳寿命,频域方法主要关注单位时间内结构产生的疲劳损伤。设材料的 S-N 曲线为:

$$N \cdot S^k = C \quad (5)$$

式中 k 和 C 为材料参数; S 为应力幅值; N 为 S 对应的循环次数即寿命。

由于变幅值应力载荷可以用一系列的载荷块模拟,根据 Miner 损伤累积准则,疲劳损伤可定义为:

$$D = \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N(S_i)} \quad (6)$$

式中 n_i 为应力幅值 S_i 的循环次数; $N(S_i)$ 为应力幅值 S_i 对应的寿命,可由式(5)中的 S-N 曲线计算得到。

假设随机过程 $X(t)$ 中峰值出现的总次数等于总的循环次数 $\sum_{i=1}^l n_i$,那么,应力幅值 $S = S_i$ 的概率为^[9]:

$$RP_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^l n_i} \quad (7)$$

因此,应力幅值 S 的 PDF 为 RP_i 。那么,式(6)中的疲劳损伤可写为:

$$D = \sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N(S_i)} = \sum_{i=1}^l \frac{RP_i \sum_{i=1}^l n_i}{N(S_i)} \quad (8)$$

结合式(5)中 S-N 曲线的表达,疲劳损伤可写为:

$$D = \sum_{i=1}^l \frac{RP_i \sum_{i=1}^l n_i}{C/S^k} = C^{-1} \sum_{i=1}^l n_i \sum_{i=1}^l RP_i S^k \quad (9)$$

在单位时间内,峰值出现次数 $\sum_{i=1}^l n_i$ 的含义为峰值频率,即 v_p 。如果用一个连续函数 $p(S)$ 表示应力幅值 S 的 PDF,那么单位时间内的疲劳损伤可写为^[9]:

$$D = v_p C^{-1} \int_0^{\infty} S^k p(S) dS \quad (10)$$

式中 $p(S)$ 为应力雨流幅值 PDF,可见 $p(S)$ 的确定是频域随机疲劳分析的关键所在。对于窄带随机过程,峰所对应的循环数与雨流计数法提取的循环数是相同的,前人已研究证实此时 $p(S)$ 为一瑞利函数^[13];而对于宽带过程,应力在低频波形上可能会叠加高频波动,此时应力雨流变程数将多于峰数,峰所对应的循环数与雨流计数法提取的循环数是不同的,这种情况下则必须采用应力雨流幅值 $p(S)$ 进行损伤计算,但到目前为止尚不能从理论上推导得到 $p(S)$ 的解析表达式。

2 宽带随机振动应力 PSD 模拟

本节是本文所提方法使用过程的示例,实际应

用时需根据具体情况对相关参数进行适当调整,以生成相应的数据集。

结构的宽带随机振动应力响应 PSD 通常情况下是具有多个峰值的,因为当结构的某几阶模态的固有频率位于随机激励的频带范围内时,结构在危险点处的应力响应主要是由这几阶模态的应力响应叠加而成的,因此在仿真模拟中不能简单用几个矩形谱来表示结构的宽带应力 PSD。由于应力属于位移型量,在工程实际中,结构的高阶模态对结构的应力响应贡献不大,总的应力响应主要是由结构的低阶模态贡献的。通常,工程上结构应力的带宽在 200 Hz 左右,因此本文将分析频带范围设置为 0~300 Hz。

为模拟宽带应力,本文给出一种双峰傅氏幅值谱:

$$S(f) = \frac{A_1}{\sqrt{(1-\nu_1^2)^2 + (2\zeta_1\nu_1)^2}} + \frac{A_2}{\sqrt{(1-\nu_2^2)^2 + (2\zeta_2\nu_2)^2}} \quad (11)$$

式中 $A_1 = 10 \text{ MPa}$, $A_2 = 3 \text{ MPa}$; $\nu_1 = f/f_1$, $\nu_2 = f/f_2$, 其中 f_1 和 f_2 分别为两个峰值所在的位置,设 $f_1 = 5 \sim 55 \text{ Hz}$, $f_2 = 60 \sim 200 \text{ Hz}$; ζ_1, ζ_2 为阻尼比, $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.1$ 。

运用周期图法,将其转化为应力 PSD:

$$G(f) = \frac{S^2(f)}{\Delta f} \quad (12)$$

式中 $S(f)$ 的单位为 MPa, $S(0) = 0$; Δf 为频率分辨率,设 $\Delta f = 300/2048 = 0.1456 \text{ Hz}$ 。

公式(11)中的阻尼比是按照工程实际给定的具有代表性的值,具体使用时要根据实际情况设定。对于式(11)和(12)描述的应力 PSD,采用式(4)可计算得到对应的不规则因子在 0.2026~0.6194 之间,也即宽带随机过程。改变式(11)中 f_1 和 f_2 的值,便可得到多个应力 PSD。图 1 所示为三个不同参数的应力 PSD。

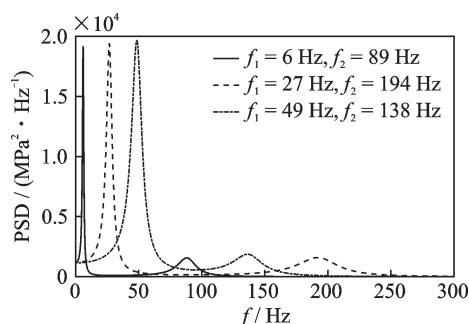


图 1 宽带应力 PSD

Fig. 1 Broadband stress PSD

3 宽带随机振动应力雨流变程 PDF 模型

3.1 Dirlik 模型

DIRLIK^[20]用一个指数分布和两个瑞利分布来近似宽带随机振动应力的雨流变程 PDF(变程是幅值的 2 倍),他提出的宽带随机过程雨流变程 PDF 的公式为:

$$P(Z) = \frac{1}{\sqrt{m_0}} \left(\frac{D_1}{Q} e^{-\frac{Z}{Q}} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{-\frac{Z^2}{2R^2}} + D_3 Z e^{-\frac{Z^2}{2}} \right) \quad (13)$$

式中 $Z = S/2\sqrt{m_0}$ 为规范化的雨流变程,其余参数分别为:

$$D_1 = \frac{2(X_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2}, D_2 = \frac{1 - \gamma - D_1 + D_1^2}{1 - R},$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2, R = \frac{\gamma - X_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2},$$

$$Q = \frac{1.25(\gamma - D_3 - D_2 R)}{D_1}.$$

其中:

$$\gamma = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}}, X_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}}.$$

3.2 双 Gamma 分布模型

当变量 X 服从参数 α, β 的 Gamma 分布时,可表示为:

$$X \sim \Gamma(\alpha, \beta) \equiv \text{Gamma}(\alpha, \beta) \quad (14)$$

其概率密度函数为:

$$g(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}; x > 0; \alpha, \beta > 0 \quad (15)$$

其中, $\Gamma(z)$ 为 Gamma 函数,其表达式为:

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, z > 0 \quad (16)$$

式中 α 和 β 分别为 Gamma 分布的形状参数和逆尺度参数。 α 控制 Gamma 分布的 PDF 形状的变化趋势,只有当 $\alpha > 1$ 时,PDF 为单峰函数,否则为递减函数; β 控制 Gamma 分布的 PDF 的峰值大小。当 $\alpha = 1$ 时, Gamma 分布为参数为 β 的指数分布, $X \sim \text{Exp}(\beta)$; 当 $\alpha = \nu/2, \beta = 1/2$ 时, Gamma 分布为自由度为 ν 的 χ^2 分布, $X \sim \chi^2(\nu)$ 。图 2 所示为不同参数的 Gamma 分布的 PDF 曲线。

为了研究宽带随机过程的应力雨流变程 PDF,将图 1 中的应力 PSD 通过时域随机化方法^[24]转化为

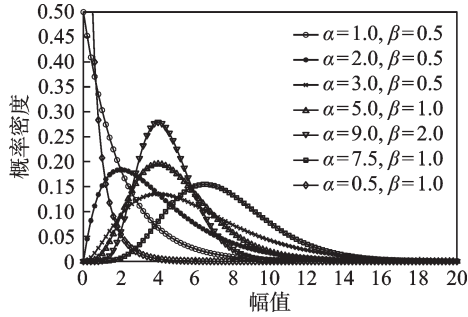


图2 Gamma 分布的 PDF

Fig. 2 PDF of Gamma distribution

时域应力数据, 并对其进行雨流计数得到应力雨流变程 PDF, 如图 3 所示。

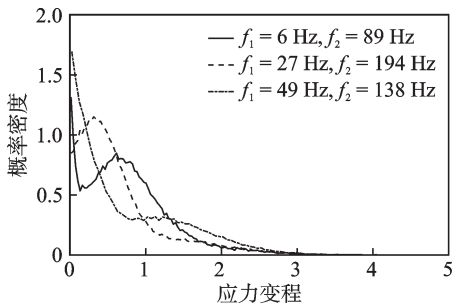


图 3 应力雨流变程 PDF

Fig. 3 Stress rainflow-range PDF

分析式(13)可知, Dirlik 模型是指数分布与瑞利分布的拼接, Gamma 分布则可以通过参数的调整模拟这两种分布。结合图 3 的曲线变化趋势以及图 2 中 Gamma 分布的概率密度受参数影响的变化趋势, 且为了适应谱参数的大范围变化, 考虑用两个具有不同参数 Gamma 分布的概率密度函数拟合宽带随机过程的雨流变程 PDF, 表示如下:

$$P(Z) = c \frac{\lambda_1^{\alpha_1} Z^{\alpha_1-1} e^{-\lambda_1 Z}}{\Gamma(\alpha_1)} + (1-c) \frac{\lambda_2^{\alpha_2} Z^{\alpha_2-1} e^{-\lambda_2 Z}}{\Gamma(\alpha_2)} \quad (17)$$

式中 $\alpha_1, \lambda_1, \alpha_2, \lambda_2, c$ 为该双 Gamma 分布模型的 5 个参数, 可通过对应应力雨流变程 PDF 结果进行参数拟合得到, 本文用到的优化表达式如下:

$$\min \left[\sum_{i=1}^M (P_i^R - P_i^Z)^2 \right] \quad (18)$$

式中 P_i^R 为雨流计数得到的 PDF 序列值; P_i^Z 为式(17)计算得到的序列值。

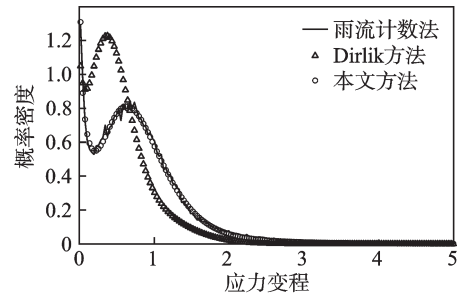
通过对 $\alpha_1, \lambda_1, \alpha_2, \lambda_2, c$ 赋初值, 使用非线性规划算法使得式(17)取最小值, 得到的 5 个参数的最优解即为双 Gamma 分布模型的参数, 代入式(17)即可确定应力 PSD 的雨流变程 PDF。

例如, 对图 1 中三个应力 PSD 分别进行双 Gamma 分布模型参数拟合, 得到结果如表 1 所示。图 4 中给出了本文双 Gamma 分布模型参数拟合与雨流计数法及 Dirlik 方法的结果对比。

表 1 双 Gamma 分布模型参数拟合结果

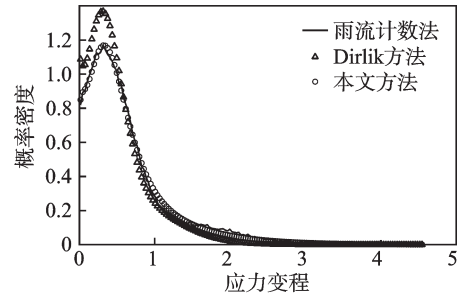
Tab. 1 Parameter fitting results of double Gamma distribution model

	α_1	λ_1	α_2	λ_2	c
$f_1=6 \text{ Hz},$ $f_2=89 \text{ Hz}$	0.6832	1.0857	4.8575	5.5551	0.4418
$f_1=27 \text{ Hz},$ $f_2=194 \text{ Hz}$	1.0853	1.5987	4.4041	8.6929	0.7121
$f_1=49 \text{ Hz},$ $f_2=138 \text{ Hz}$	1.0355	2.7920	8.0526	5.1463	0.6793



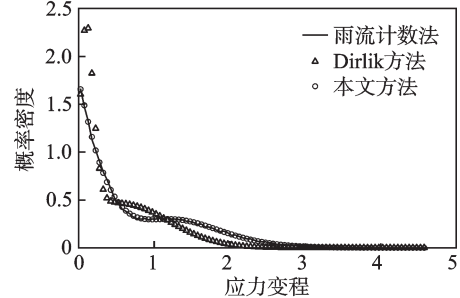
(a) $f_1=6 \text{ Hz}, f_2=89 \text{ Hz}$ 的 PDF

(a) PDF for $f_1=6 \text{ Hz}, f_2=89 \text{ Hz}$



(b) $f_1=27 \text{ Hz}, f_2=194 \text{ Hz}$ 的 PDF

(b) PDF for $f_1=27 \text{ Hz}, f_2=194 \text{ Hz}$



(c) $f_1=49 \text{ Hz}, f_2=138 \text{ Hz}$ 的 PDF

(c) PDF for $f_1=49 \text{ Hz}, f_2=138 \text{ Hz}$

图 4 应力雨流变程 PDF

Fig. 4 Stress rainflow-range PDF

进一步, 将图 1 所示的应力 PSD 分别使用雨流计数法、Dirlik 方法计算以及双 Gamma 分布模型参数拟合, 得到应力雨流变程 PDF, 如图 4 所示。

3.3 对比分析

由图 4 的三种 PDF 结果可知, 本文提出的双 Gamma 分布模型可对应应力雨流变程 PDF 进行准确的拟合, 比 Dirlik 方法与雨流计数结果更吻合。并且从图 4 中可以看出, Dirlik 方法的结果不太稳定,

在概率密度峰值附近常大于雨流计数结果,这会使其计算的损伤偏大,对宽带疲劳寿命的预测偏于保守。

4 神经网络模型的建立

对于 3.2 节中提出的双 Gamma 分布模型,在已知应力 PSD 的情况下,确定该模型的参数以及建立谱参数与双 Gamma 分布模型参数的关系流程图如图 5 所示。对于一系列给定的应力 PSD,一方面计算其各阶谱矩,得到 $m_1/m_0, m_2/m_1, \dots, m_6/m_5$ 共 6 个谱参数,另一方面可以通过对其雨流变程 PDF 进行拟合,得到 5 个模型参数 $\alpha_1, \lambda_1, \alpha_2, \lambda_2, c$ 。分别将这两组参数作为神经网络训练的输入项和输出项。各阶谱矩数值的数量级相差较大(表 2 所示为 $f_1 = 49 \text{ Hz}, f_2 = 138 \text{ Hz}$ 时的应力 PSD 谱矩),由于输入数据之间的数量级差别过大可能会导致神经网络不收敛,以及基于量纲一致考虑,在实际建立神经网络时,本文提出将各阶相邻谱矩的比值作为输入参数(表 3 所示为对应的 PSD 谱参数),这样处理之后可使得各谱参数保持在相当的数量级上,便于训练神经网络模型。

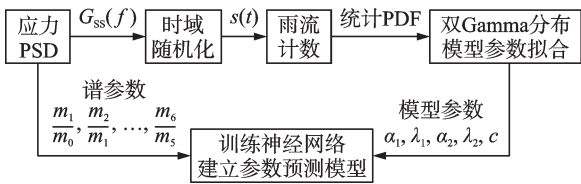


图 5 双 Gamma 分布模型参数确定与神经网络建立流程
Fig. 5 Parameters determination of double Gamma distribution model and neural network building process

表 2 PSD 谱矩

Tab. 2 Spectrum moments of PSD

m_0	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
0.4998	31.5176	2.7951	3.2802	4.6661	7.5509	1.3512
		$\times 10^3$	$\times 10^5$	$\times 10^7$	$\times 10^9$	$\times 10^{12}$

表 3 PSD 谱参数

Tab. 3 Spectrum parameters of PSD

m_1/m_0	m_2/m_1	m_3/m_2	m_4/m_3	m_5/m_4	m_6/m_5
63.0658	88.6852	117.3547	142.2500	161.8240	178.9395

本文神经网络模型使用的是贝叶斯正则化神经网络^[25],如图 6 所示,其中 $w_{i,j} (i=j=1, 2, \dots, 10)$ 为神经网络的权重函数。

根据式 (11)和(12),改变 f_1 和 f_2 的值,可以产生多组应力 PSD。例如,令 f_1 从 5 Hz 开始,每次增大

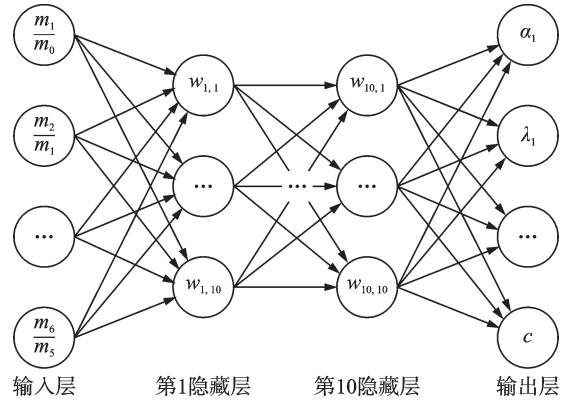


图 6 神经网络模型示意图

Fig. 6 Schematic diagram of neural network model

1 Hz,直到 55 Hz,共 51 组值;类似地, f_2 可从 60 Hz 增大到 200 Hz,共 141 组值。通过 f_1 和 f_2 的不同随机组合,共可得到 7191 个应力 PSD。在这些应力 PSD 中随机挑选出 8 组不参与神经网络训练,而作为检验组来验证最终的网络训练结果,将其余应力 PSD 按照图 5 中的流程处理,生成输入数据和输出数据,训练神经网络,在一台普通 PC 上训练总共耗时 13 s,训练结束之后便得到了可预测宽带随机振动应力雨流变程 PDF 的神经网络模型。

5 算 例

5.1 问题描述

第 4 节中在训练神经网络时随机挑选出来的检验组的应力 PSD 参数如表 4 所示,对这 8 组宽带应力 PSD 用本文训练得到的神经网络模型预测其应力雨流变程 PDF,并预估弹簧钢结构(S-N 曲线参数如表 5 所示)在该宽带应力下的寿命。

表 4 检验组的应力 PSD 参数

Tab. 4 Stress PSD parameters of the test groups

组别	f_1/Hz	f_2/Hz	组别	f_1/Hz	f_2/Hz
1	16	82	5	17	162
2	9	178	6	18	196
3	14	192	7	35	160
4	27	152	8	18	164

表 5 弹簧钢的 S-N 曲线参数

Tab. 5 S-N curve parameters of spring steel

C	k
1.413×10^{37}	11.7

5.2 结 果

以第 8 组为例,其 PSD 参数为 $f_1 = 18 \text{ Hz}, f_2 =$

164 Hz 时,雨流计数 PDF 结果与本文神经网络预测 PDF 结果以及使用 Dirlik 方法确定的 PDF 结果的对比如图 7 所示。

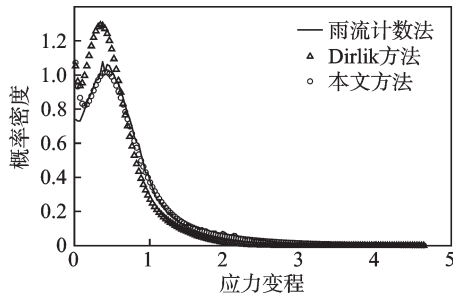


图 7 雨流计数 PDF 与神经网络预测 PDF 以及 Dirlik 方法确定的 PDF 的对比

Fig. 7 Comparison of rainflow count PDF with neural network prediction PDF and PDF determined by Dirlik method

为了研究神经网络预测 PDF 结果与雨流计数 PDF 结果的一致程度,定义相关系数为:

$$R_{XY} = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (19)$$

式中 X 和 Y 分别为两种不同方法得到的 PDF 结果; μ 和 σ 分别表示均值和方差。

分别计算每组 PSD 使用本文方法和雨流计数结果的相关系数,以及使用 Dirlik 方法和雨流计数结果的相关系数,结果如图 8 所示。

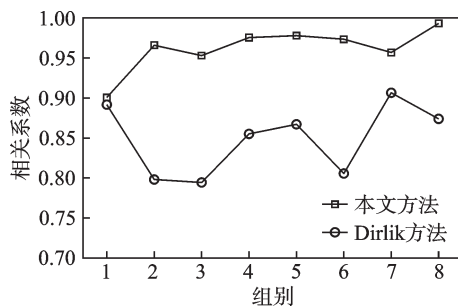


图 8 PDF 结果的相关系数

Fig. 8 Correlation coefficients of PDF results

使用雨流计数法计算的参考寿命、使用 Dirlik 方法预测的寿命以及使用本文方法预测的寿命结果如表 6 所示,对比结果如图 9 所示。总体来看,Dirlik 方法和本文方法得到的寿命预测结果都是偏保守的。但相较于使用 Dirlik 方法计算得到的寿命,使用本文提出的双 Gamma 分布模型计算得到的寿命更接近于雨流计数得到的参考寿命。Dirlik 方法寿命计算结果的相对误差最高为 53.31%,最低为 25.70%;而双 Gamma 分布模型的寿命计算结果的相对误差最高为 31.49%,最低为 4.12%。

表 6 疲劳寿命计算结果

Tab. 6 Calculation results of fatigue life

组别	雨流计数法	Dirlik 方法		本文方法	
	寿命 L/s	寿命 L/s	相对 误差/%	寿命 L/s	相对 误差/%
1	1521	940.4	38.17	1042	31.49
2	847.6	594.8	29.82	787.1	7.13
3	366.1	248.3	32.17	351.0	4.12
4	131.7	97.84	25.70	102.6	22.09
5	315.1	147.1	53.31	275.7	12.50
6	211.6	123.7	41.54	153.8	27.31
7	92.32	67.67	26.70	82.91	10.19
8	166.3	119.5	28.14	134.6	19.06

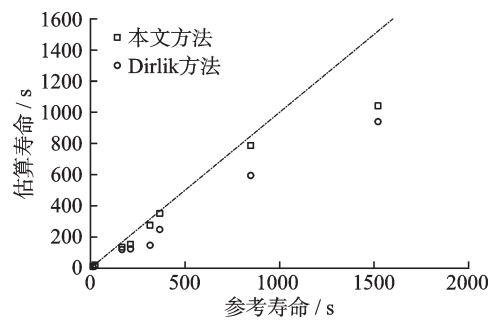


图 9 疲劳估算寿命与雨流参考寿命的对比

Fig. 9 Comparison of fatigue estimated life and rainflow referenced life

6 结 论

频域疲劳分析方法是当前广泛使用的一种结构疲劳寿命分析方法,尤其在结构抗疲劳设计过程中具有极为重要的使用价值。本文针对宽带随机振动应力下结构的疲劳寿命计算模型进行研究,重点分析了宽带随机振动应力雨流变程 PDF 模型的建立,提出了双 Gamma 分布模型,并且通过训练神经网络建立了从谱参数到双 Gamma 分布模型参数的预测神经网络模型。所得结论如下:

(1)提出的双 Gamma 分布参数预测的神经网络模型对宽带随机振动应力的雨流变程 PDF 预测结果的精度高于 Dirlik 方法,并且在对不同参数的应力 PSD 进行预测时的结果稳定性更强,与时域雨流统计结果的相关系数均稳定保持在 0.9~1 之间。

(2)使用本文方法预测得到的 PDF 用来进行频域寿命预测时,寿命与雨流计数法结果之间的相对误差最低只有 4.12%,相较于 Dirlik 方法,使用本文提出的方法进行寿命预测的结果更接近雨流计数结果。因此,本文提出的预测模型在进行宽带随机振动应力疲劳寿命预测时可得到更为准确的结果。

(3)Dirlik方法在实际应用中较为方便,但该方法只能用于宽带高斯随机过程。本文提出的双Gamma分布神经网络模型在实际应用中相对复杂一些,但由于本文模型是根据PSD的前六阶矩建立的,因此本文的方法或可以进一步应用到非高斯、非平稳等更为复杂的随机疲劳分析中。

(4)用本文7000多个样本数据训练神经网络时的耗时较短,因此本文的神经网络模型有望拓展至更大级别数据量的训练中。

参考文献:

- [1] KIM H J, JANG B S. Fatigue life prediction of ship and offshore structures under wide-banded non-gaussian random loadings[J]. *Applied Ocean Research*, 2021, 106(2): 102480.
- [2] 张立军. 宽带随机载荷下的疲劳寿命统一模型[J]. *振动、测试与诊断*, 2014, 34(6): 1022-1026.
ZHANG L J. Unified model of fatigue life under wide-band random load [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2014, 34(6): 1022-1026.
- [3] KIHLE D P, SARKANI S, BEACH J E. Stochastic fatigue damage accumulation under broadband loadings [J]. *International Journal of Fatigue*, 1995, 17 (5) : 321-329.
- [4] HAN Q H, LI J, XU J, et al. A new frequency domain method for random fatigue life estimation in a wide-band stationary Gaussian random process[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2019, 42 (1): 97-113.
- [5] JUN S H, PARK J B. Development of a novel fatigue damage model for Gaussian wide band stress responses using numerical approximation methods[J]. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2020, 12: 755-767.
- [6] BENASCIUTTI D, BRACCESI C, CIANETTI F, et al. Fatigue damage assessment in wide-band uniaxial random loadings by PSD decomposition: outcomes from recent research[J]. *International Journal of Fatigue*, 2016, 91(1): 248-250.
- [7] ASTM. Standard practices for cycle counting in fatigue analysis: E1049—85[S]. Philadelphia, PA, USA: ASTM, 2017.
- [8] NIESŁONY A, RŮŽIČKA M, PAPUGA J, et al. Fatigue life prediction for broad-band multiaxial loading with various PSD curve shapes [J]. *International Journal of Fatigue*, 2012, 44: 74-88.
- [9] SLAVIČ J, BOLTEZAR M, MRSNIK M, et al. Vibration Fatigue by Spectral Methods: From Structural Dynamics to Fatigue Damage—Theory and Experiments[M]. Amsterdam: Elsevier, 2020.
- [10] 张方, 周凌波, 姜金辉, 等. 基于频域法的随机振动疲劳加速试验设计[J]. *振动、测试与诊断*, 2016, 36 (4): 659-664.
ZHANG F, ZHOU L B, JIANG J H, et al. Random vibration fatigue accelerated test design based on frequency domain methods[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36(4): 659-664.
- [11] 穆童, 孟鸽, 谢里阳, 等. 基于应力分布模型的随机疲劳加速试验设计 [J]. *航空学报*, 2020, 41 (2) : 186-194.
MU T, MENG G, XIE L Y, et al. Accelerated random fatigue test design based on stress distribution model[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(2): 186-194.
- [12] LEE Y L, PAN J, HATHAWAY R B, et al. Fatigue Testing and Analysis: Theory and Practice [M]. Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [13] BENDAT J S. Probability functions for random responses: prediction of peaks, fatigue damage, and catastrophic failures[R]. NASA Report No. NASA-5-4590, Washington D.C.: NASA, 1964.
- [14] WIRSCHING P H, LIGHT M C. Fatigue under wide band random stresses[J]. *Journal of the Structural Division*, 1980, 106(7): 1593-1607.
- [15] BENASCIUTTI D, TOVO R. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band gaussian random processes[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2006, 21(4): 287-299.
- [16] ORITZ K, CHEN N K. Fatigue damage prediction for stationary wide-band stresses[C]//5th International Conference on the Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering. Vancouver, Canada, 1987.
- [17] ZHAO W W, BAKER M J. On the probability density function of rainflow stress range for stationary gaussian processes[J]. *International Journal of Fatigue*, 1992, 14 (2): 121-135.
- [18] LARSEN C E, IRVINE T. A review of spectral methods for variable amplitude fatigue prediction and new results[J]. *Procedia Engineering*, 2015, 101: 243-250.
- [19] BENASCIUTTI D, TOVO R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes[J]. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27 (8): 867-877.
- [20] DIRLIK T. Application of computers in fatigue[D]. Coventry: University of Warwick, 1985.
- [21] BISHOP N. The use of frequency domain parameters to predict structural fatigue[D]. Coventry: University of Warwick, 1988.
- [22] LI C B, CHOUNG J, NOH M H. Wide-banded fa-

- tigue damage evaluation of catenary mooring lines using various artificial neural networks models[J]. *Marine Structures*, 2018, 60: 186-200.
- [23] SUN H, QIU Y, LI J. A novel artificial neural network model for wide-band random fatigue life prediction[J]. *International Journal of Fatigue*, 2022, 157: 106701.
- [24] ZHENG R H, CHEN H H, VANDEPITTE D, et al. Multi-exciter stationary non-Gaussian random vibration test with time domain randomization[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 122: 103-116.
- [25] BLUNDELL C, CORNEBISE J, KAVUKCUOGLU K, et al. Weight uncertainty in neural networks[C]//International Conference on Machine Learning. 2015: 1613-1622.

Double Gamma distribution model for the probability density of rainflow-range of broadband random vibration stress

WANG Jie, CHEN Huai-hai, ZHENG Rong-hui

(State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A double Gamma distribution model to determine the probability density function (PDF) of the time domain rainflow-range corresponding to the broadband random stress power spectral density (PSD) is proposed, and a neural network method is used to implement the parameter prediction of the model. A series of stress PSDs are given, and the corresponding stress time histories are generated using the time-domain randomization method. The number of rainflow-range is counted for the stress time histories using the rainflow counting method, and the stress rainflow-range probability density values are calculated. Based on the calculation results of each stress PSD mentioned above, the proposed stress rainflow-range probability density double Gamma distribution model is parametrically fitted to obtain a set of corresponding model parameters. The results of the double Gamma distribution model are compared with the Dirlik method and fatigue life prediction is carried out, and the results show that the proposed double Gamma distribution model is more accurate for determining the broadband random stress rainflow-range PDF.

Key words: random vibration; fatigue life; stress probability density; rainflow-range; neural network

作者简介: 王 杰(1996—),男,博士研究生。E-mail: wangjienuaa@nuaa.edu.cn。

通讯作者: 陈怀海(1965—),男,博士,教授。E-mail: chhnuaa@nuaa.edu.cn。