

不同裂纹参数下的转子系统振动特性试验

韩冰, 刘占生, 何鹏, 颜培刚

(哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 以具有相同结构尺寸的四根多盘转子作为研究对象, 利用精密线切割的加工方式分别在四根转子的不同位置预制不同深度的横向裂纹。对裂纹参数发生改变的转子系统展开振动特性测试, 并分析裂纹转子的动力学响应特征与裂纹位置和裂纹深度之间的关系。试验结果表明: 1/2 临界转速区的 2× 共振现象以及 1/3 临界转速区的 3× 共振现象是转轴裂纹故障的典型特征, 其中 2× 共振峰值会在裂纹深度达到一个临界点后迅速增加; 而区别于已有研究结果, 3× 共振峰值会在裂纹深度达到临界点后突降; 同时, 引发 2× 和 3× 共振峰值发生突变的临界深度与裂纹位置是否处于轮盘根部存在关联。

关键词: 转子动力学; 振动特性试验; 裂纹深度; 裂纹位置; 多盘转子系统

中图分类号: V231.96 文献标志码: A 文章编号: 1004-4523(2025)03-0461-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.03.002

Vibration characteristic experiments of rotor system with different crack parameters

HAN Bing, LIU Zhansheng, HE Peng, YAN Peigang

(School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Four multi-disk rotors with the same structure size are used as the research basis. The precision wire cutting method is used to prefabricate transverse cracks of different depths at different positions of the four rotors. The vibration characteristics of the cracked rotor system with changed crack parameters are tested and the relationship between the dynamic response characteristics of the cracked rotor and the crack location and crack depth is analyzed. The test results show that the 2× resonance phenomenon in the 1/2 critical speed zone and the 3× resonance phenomenon in the 1/3 critical speed zone are the typical characteristics of the rotating shaft crack failure. The 2× resonance peak value increases rapidly after the crack depth reached a critical point. While the 3× resonance peak value, which is different from the results of existing studies, drops abruptly after the crack depth reached a critical point. Also, there is a correlation between the critical depth that triggered an abrupt change in the peak 2× and 3× resonance and whether the crack location is at the root of the disc.

Keywords: rotor dynamics; vibration characteristic experiment; crack depth; crack position; multi-disk rotor system

转子系统作为航空发动机及燃气轮机等大型旋转机械的核心, 其在工作过程中将长期遭受气动力、热应力等多种载荷的反复冲击, 由此极易引发转子产生疲劳裂纹。若能及时发现转轴裂纹故障的存在, 并大致判断裂纹故障发生的位置和故障严重程度, 可采取有效的防护措施以避免安全事故和经济损失。在众多裂纹检测方法中, 基于转子振动信号的在线监测更具优势^[1]。

国内外相关领域的学者长期以来关注着裂纹转子动力学方向的有关研究^[2-7]。DARPE 等^[8]和

AL-SHUDEIFAT 等^[9]分别在应变能释放率和中性轴理论体系下建立了裂纹转子的有限元模型, 并指出转轴裂纹将使得转子刚度按照特定规律变化, 由此导致裂纹转子出现亚临界共振现象。文献 [10-14] 也陆续在各自的研究工作中发现, 裂纹转子存在超谐波频率成分。李常有等^[15]和 GUO 等^[16]的研究则表明了超谐波响应成分可作为转子裂纹故障的诊断依据。

实际生产生活当中一旦监测到转轴裂纹故障, 应立即对机组进行维修。为避免维修过程中因盲目

拆装机组而带来额外损失,需要在判断有无裂纹的基础上进一步给出裂纹深度和裂纹在转子上的位置。转子裂纹参数的精确识别具有较大的挑战性,不同的识别方法都建立在一定数量的故障样本基础之上^[17-20],且样本数量影响着参数识别的误差。因此对于转轴裂纹故障定位、定量识别方法的推广应用而言,前期不同裂纹参数下的转子动力学响应数据的积累至关重要。BACHSCHMID等^[21]建立了含裂纹的320 MW大型发电机组转子有限元模型,通过仿真获得了不同裂纹位置和深度下的转子振动响应数据。文献[22-26]的研究同样体现了不同裂纹参数对裂纹转子动力学行为的影响。上述研究结果对转子裂纹故障参数的精确识别具有较大的参考意义,但仍有一些问题值得被进一步探讨。例如,当油膜力^[27-28]、背景环境噪声^[29]等多重干扰因素共同作用于裂纹转子时,转子的故障振动特征与裂纹参数之间是否依旧存在较强的关联性。除此之外,对动力设备性能的特殊需求以及现场工作条件等限制了转子的结构尺寸,这将使得部分裂纹转子的故障振动特征随裂纹参数的变化规律与以往的研究结果有所不同。

本文以具有相同结构和尺寸的四根多盘转子作为研究对象,利用精密线切割的方式在不同转子的不同位置处预制多个深度的横向裂纹,并对裂纹转子-滑动轴承系统的振动特性进行测试。大量试验结果表明,裂纹转子在亚临界转速区的 $2\times$ 和 $3\times$ 超谐波共振峰值与裂纹位置和裂纹深度存在相关性。同时, $3\times$ 共振峰值并非随着裂纹深度的增加而单调递增。

1 试验台介绍

试验过程中所使用的多盘转子系统动力学特性测试试验台如图1所示。制造转子所用金属材料为

40Cr合金钢,转子的几何结构参数及物性参数如表1所示。已有文献指出横向裂纹较为常见,同时横向裂纹对转子的破坏性较大且严重影响着动力设备运行的安全性与可靠性^[30],故对裂纹参数不断变化的横向裂纹转子系统的振动行为展开测试。

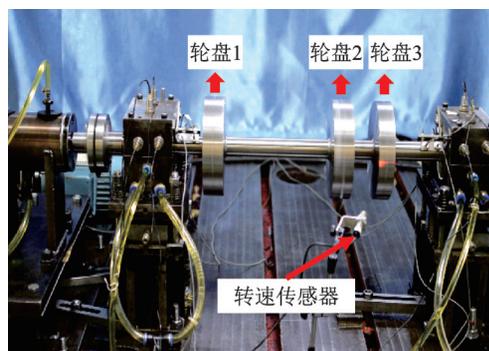


图1 多盘转子系统动力学特性测试试验台

Fig. 1 The test rig for testing dynamic characteristics of multi-disk rotor system

表1 多盘转子参数

Tab. 1 Multi-disk rotor parameters

物性参数与几何参数	具体数值
转子长度/mm	1000
转轴直径/mm	40
轮盘直径/mm	200
轮盘1、2厚度/mm	50
轮盘3厚度/mm	40
材料密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7.85×10^3
弹性模量/Pa	2.11×10^{11}
泊松比	0.3

如图2所示,本次试验共制造了四根相同规格尺寸的多盘转子。采用精密线切割的加工方式分别在四根转子的不同位置加工不同深度的横向裂纹,裂纹宽度为0.07 mm,裂纹具体位置以及与试验台相关的更多细节被展示在图3中。

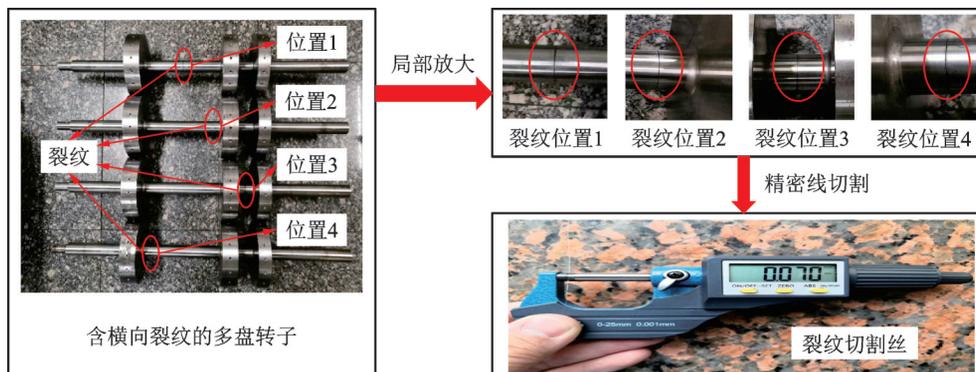


图2 裂纹转子示意图

Fig. 2 Schematic diagram of cracked rotors

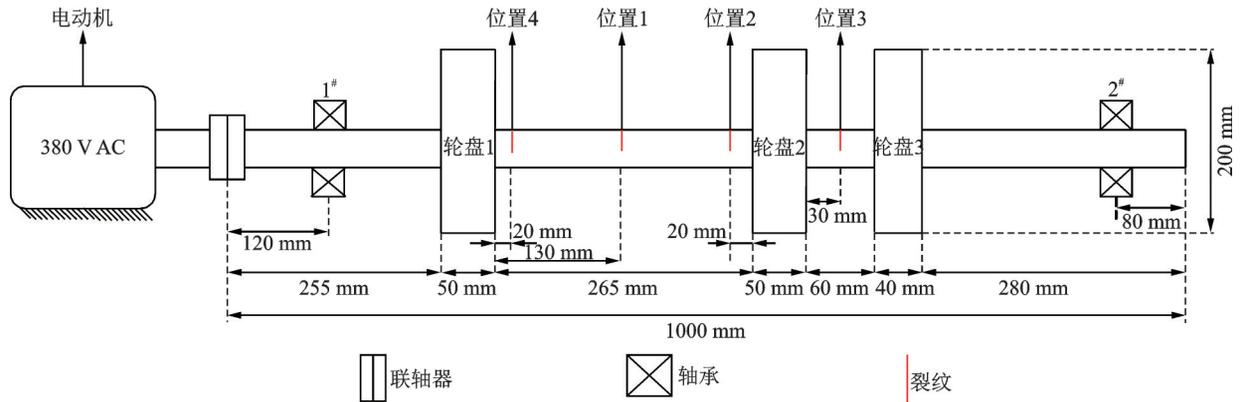


图3 试验台相关细节

Fig. 3 Details related to the test rig

2 试验过程

完成试验台的搭建工作后,接通润滑油供油管路。380 V 交流电机驱动转子均匀升速,整个升速阶段持续 5 min,转子的最高转速为 4000 r/min,采集转子整个升速阶段 1#轴承座附近的振动位移信号。参考图 2 和 3,虽然四根转子的结构尺寸是相同的,但所有转子的初始振动状态仍然无法保持一致。因为实际运行环境中存在大量的不确定干扰,同时制造转子的过程中也将产生一定的加工误差。为解决这一问题,所有的转子在被植入裂纹故障前都进行了动平衡,由此使得四根转子的初始振动大致保持在同一数量级。此外,在对每一根裂纹转子的振动特性展开测试的过程中,保持裂纹位置不变且裂纹深度逐渐增加。不同裂纹参数下转子的振动测试数据采集分析流程如图 4 所示。

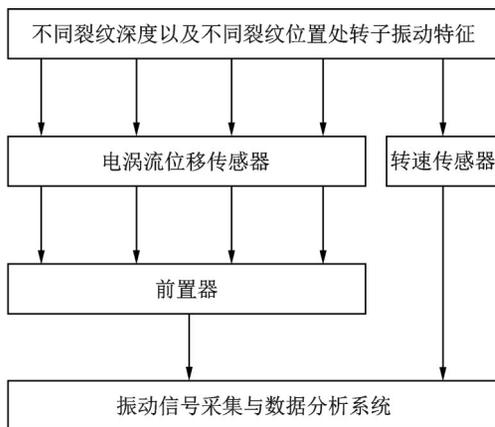


图4 试验数据采集分析流程

Fig. 4 Experimental data collection and analysis process

3 试验结果分析与讨论

裂纹局部截面如图 5 所示,定义无量纲裂纹相

对深度 \bar{a} ($\bar{a} = a/(2R)$),其中 a 为实际裂纹切割深度, $2R$ 为轴径,轴径取值如表 1 所示。图 6 给出了四根转子裂纹深度逐渐增加时, $1\times$ 振动幅值随转速的变化情况。显然, $1\times$ 响应在临界转速处出现峰值。依据经典有限元理论^[31-33],若裂纹深度不断增加,则裂纹转子在临界转速处的 $1\times$ 共振峰值随之增加且临界转速略有提前。然而从图 6 中可以看出,临界转速大致分布在 2900~3300 r/min 且随裂纹深度的变化具有一定的随机性。虽然图 6(a) 和 (b) 表明,裂纹产生后临界转速处的 $1\times$ 响应峰值随裂纹深度的增加而单调递增,但图 6(c) 和 (d) 中却呈现出不一样的结果。由此可见,转子在实际运行过程中将面临油膜力、背景环境噪声、制造加工误差、材料物性分布不均以及其他无法确定的外部激励等多重因素的干扰,进而导致裂纹转子的临界转速和相应的 $1\times$ 共振峰值随裂纹参数的变化趋势与理论计算结果存在差别。基于此,无法将临界转速和相应的 $1\times$ 共振峰值作为转轴裂纹故障精确识别的指标。

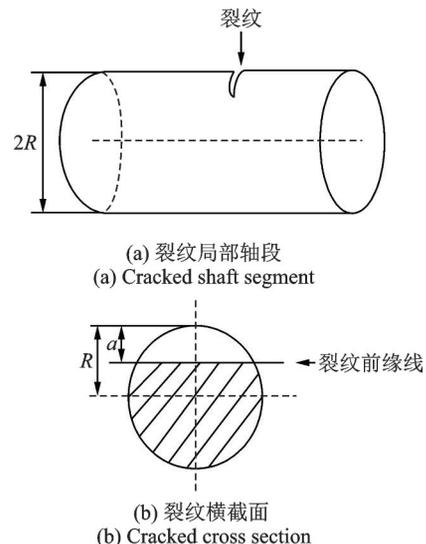


图5 裂纹局部示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the crack

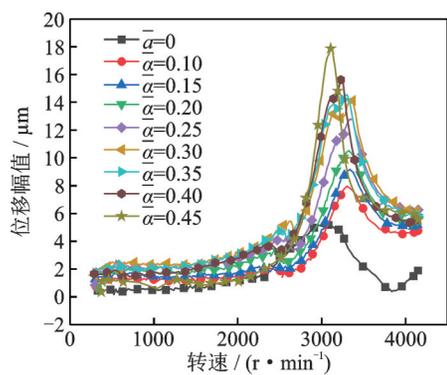
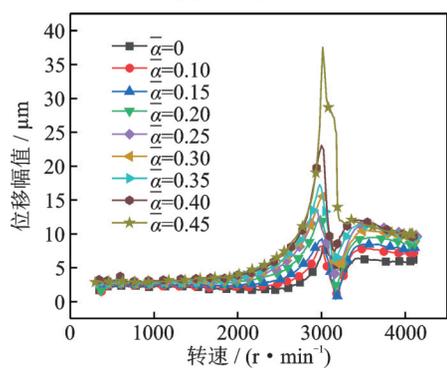
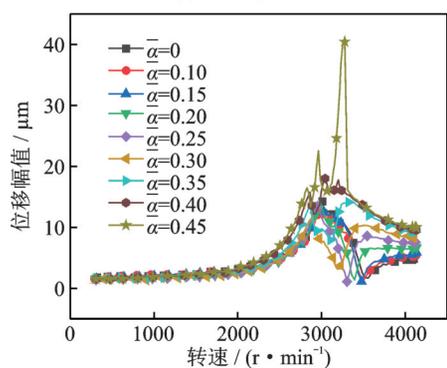
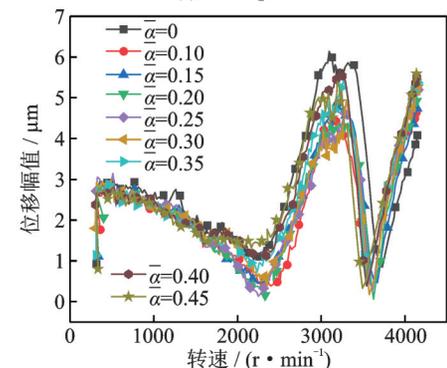
(a) 裂纹位置1
(a) Crack position 1(b) 裂纹位置2
(b) Crack position 2(c) 裂纹位置3
(c) Crack position 3(d) 裂纹位置4
(d) Crack position 4

图6 1×振动幅值随转速变化规律

Fig. 6 The vibration amplitude of 1× varies with the rotation speed

图7展示了不同裂纹位置、不同裂纹深度工况下,裂纹转子的2×振动幅值随转速的变化规律。作为转轴裂纹故障的动力学特征之一,1/2临界转速区

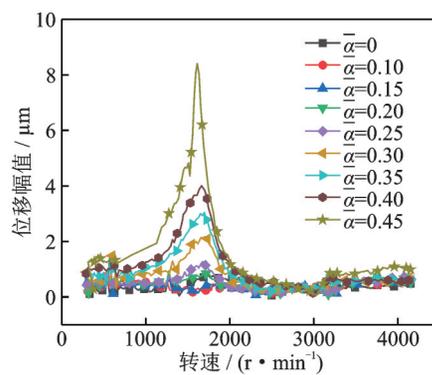
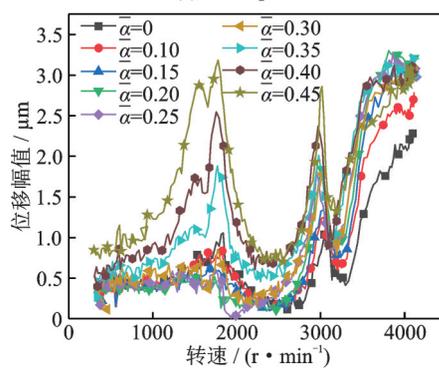
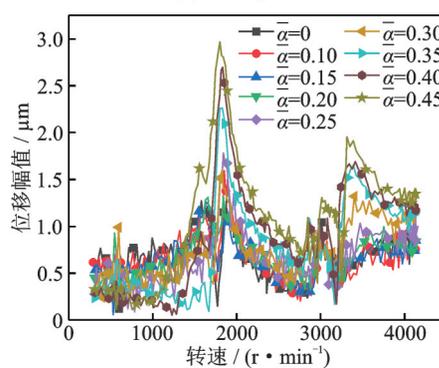
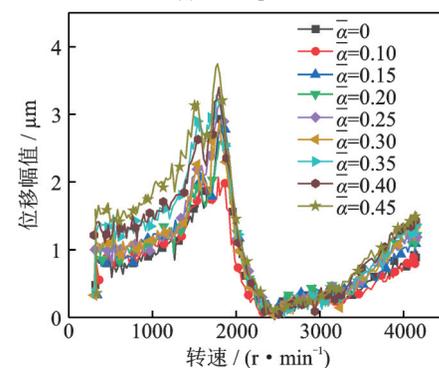
(a) 裂纹位置1
(a) Crack position 1(b) 裂纹位置2
(b) Crack position 2(c) 裂纹位置3
(c) Crack position 3(d) 裂纹位置4
(d) Crack position 4

图7 2×振动幅值随转速变化规律

Fig. 7 The vibration amplitude of 2× varies with the rotation speed

存在2×共振现象。尽管无裂纹状态下转子本身含有2×超谐波频率成分,但随着裂纹深度的增加,1/2临界转速区的2×振动幅值仍出现显著变化^[34]。

图 8 进一步给出不同转子在 1/2 临界转速区 2×共振峰值随裂纹相对深度的变化情况。当裂纹深度较浅时,2×共振峰值在较小的范围内随机波动,裂纹深度的增加几乎很难对其造成影响。在裂纹深度达到某一个临界点后,2×共振峰值将进入快速增长阶段。然而,该临界深度对于裂纹位置不同的四根转子而言有所区别。如图 8 所示,裂纹位置 1 的临界点为裂纹深度超过转轴直径的 20%,裂纹位置 2、3、4 的临界点为裂纹深度超过转轴直径的 30%。参考图 2 和 3,裂纹位置 2、3、4 处于轮盘根部,裂纹位置 1 则处在距离轮盘较远的轴段处。由于轮盘所在部位质量较为集中,相比于轴段部分轮盘根部不易变形,故裂纹处在位置 1 时转子的 2×故障特征对裂纹深度的持续增加更敏感,即图 8 中黑色曲线更早进入快速增长阶段。

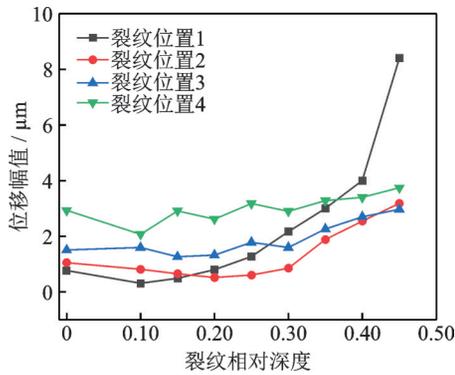


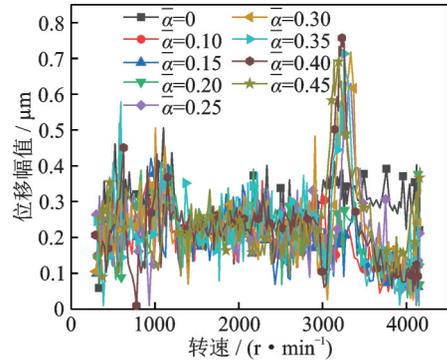
图 8 2×峰值随裂纹深度变化情况

Fig. 8 2× peak value changes with crack depth

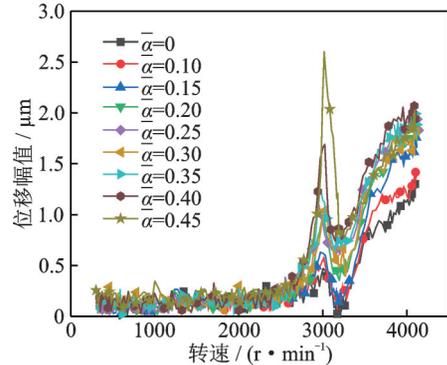
综合图 7 和 8 可知,如果对转子的振动行为进行在线监测的过程中发现转子在 1/2 临界转速区附近存在明显的 2×共振现象,表明转轴含有裂纹故障且裂纹深度至少超过转轴直径的 20%。同时,若 2×共振峰值持续大幅度增长,则裂纹故障正在逐渐恶化且裂纹大致位于远离轮盘根部的轴段处。相反,若 2×共振峰值处于持续小幅度增长,则裂纹大致位于轮盘根部,此时裂纹故障已至少恶化到转轴直径的 30%。所以,通过分析表明转子在 1/2 临界转速区的 2×共振现象不仅可用于识别转轴裂纹故障,其 2×共振峰值还可作为裂纹故障定位、定量精确识别的指标。

图 9 给出了不同裂纹深度下,四根裂纹转子的 3×振动幅值随转速变化的情况。通常,转子发生轴裂纹故障将引发 1/3 临界转速区的 3×共振现象^[34-36]。虽然无裂纹时转子存在 3×超谐波频率成分,但裂纹深度的增加对 1/3 临界转速区的 3×振动幅值仍然产生了一定的影响。然而 3×成分本身是一个弱信号,极易被杂波所干扰。如图 9(a)~(c)所示,裂纹转子在 1/3 临界转速区的 3×共振特征不明

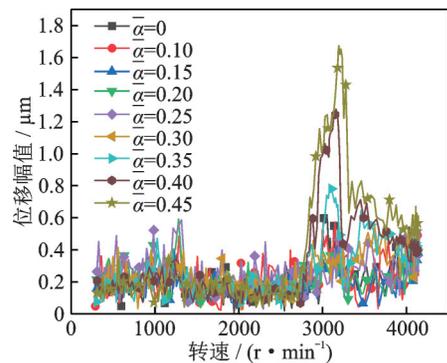
显,甚至该转速区附近其他转速处的 3×振幅都要大于此 3×共振峰值。不同于图 9(a)~(c)所代表的三根转子,图 9(d)表明若裂纹处于位置 4,则转子在 1/3 临界转速区存在明显的 3×共振特征。



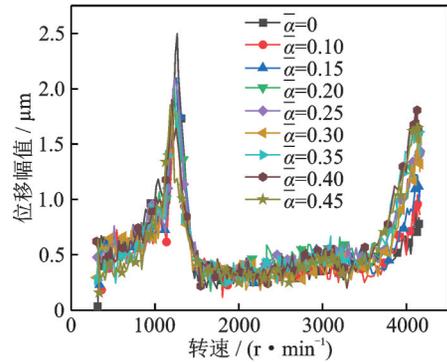
(a) 裂纹位置 1
(a) Crack position 1



(b) 裂纹位置 2
(b) Crack position 2



(c) 裂纹位置 3
(c) Crack position 3



(d) 裂纹位置 4
(d) Crack position 4

图 9 3×振动幅值随转速变化规律

Fig. 9 The vibration amplitude of 3× varies with the rotation speed

四根转子在 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 共振峰值随裂纹深度变化的差别被进一步反映在图 10 中,从中可以看出所有转子的 $3\times$ 共振峰值并未随裂纹深度的增加而单调递增,转子结构形式的不同以及外部干扰的综合作用使得当前研究结果与以往有所区别^[21,33-34,37-38]。 $3\times$ 振动信号在裂纹故障早期不稳定,在裂纹深度达到一个临界点后,所有转子在 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 共振幅值发生突降。对于裂纹位置 2、3、4 而言,这一临界点为裂纹深度超过转轴直径的 25%。区别于这三根转子,当裂纹处在位置 1 时,这一临界点为裂纹深度超过转轴直径的 30%。如前所述,裂纹位置 2、3、4 位于轮盘根部,裂纹位置 1 位于远离轮盘的轴段处。显然,产生这一现象的原因类似于 $2\times$,即四根转子在 $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 共振峰值进入快速增长阶段的临界深度不同。

由此可见,裂纹转子在亚临界转速区的 $3\times$ 超谐波响应峰值也可作为转轴裂纹故障定位、定量识别的参考指标。但在裂纹故障早期, $3\times$ 信号不稳定,故利用 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 共振幅值较难识别微小裂纹。如果在对裂纹转子振动行为在线监测的过程中发现, $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 共振现象逐渐明显且 $3\times$ 共振幅值发生突降,则裂纹深度至少超过转轴直径的 25%。此外图 10 中还表明,若达到突降点前 $3\times$ 共振幅值持续增加,则裂纹位于远离轮盘的轴段处,反之裂纹部位在轮盘根部。然而 $1/3$ 临界转速区的 $3\times$ 超谐波响应成分是一个弱信号,故在裂纹故障诊断的过程中需综合 $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 响应做出判断,以此提高诊断的精确度。

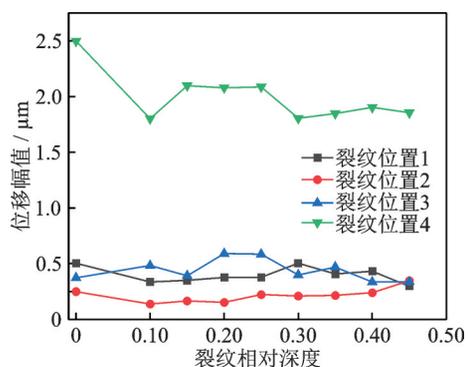


图 10 $3\times$ 峰值随裂纹深度变化情况

Fig. 10 $3\times$ peak value changes with crack depth

4 结 论

本文以具有相同规格尺寸的四根多盘转子作为研究对象,采用精密线切割的方法在各个转子的不同位置处预制不同深度的横向裂纹,并测量转子升

速阶段的动力学特性。主要结论如下:

(1) 转子的临界转速以及临界转速处的 $1\times$ 共振幅值随裂纹参数的变化过程呈现出一定的随机性,无法将其作为转轴裂纹故障精确定位、定量识别的参照指标。

(2) 如果存在轴裂纹故障,则转子在经过 $1/2$ 临界转速区时出现 $2\times$ 共振现象。在裂纹故障早期 $2\times$ 共振幅值随裂纹深度的变化表现出随机性,若裂纹深度达到临界点后 $2\times$ 共振幅值将进入快速增长期。当裂纹位置处在轮盘根部时,该临界深度为转轴直径的 30%。当裂纹位置处在远离轮盘根部的轴段时,该临界深度为转轴直径的 20%。据此, $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 共振幅值可作为转轴裂纹故障精确定位、定量识别的参考指标。

(3) 轴裂纹故障将导致转子在经过 $1/3$ 临界转速区时出现 $3\times$ 共振现象, $3\times$ 信号较弱且在故障早期不稳定。随着裂纹深度逐渐增加至临界点, $3\times$ 共振现象趋于明显。而区别于已有研究结果, $3\times$ 共振幅值在裂纹深度达到临界点后发生突降。当裂纹位置处在轮盘根部时,该临界深度为转轴直径的 25%。当裂纹位置处在远离轮盘根部的轴段时,该临界深度为转轴直径的 30%。基于此, $3\times$ 共振幅值可作为转轴裂纹故障精确定位、定量识别的参考指标。但 $3\times$ 振动信号属于弱信号,在判定故障时需结合 $1/2$ 临界转速区的 $2\times$ 共振现象以提高精确度。

参考文献:

- [1] KUSHWAHA N, PATEL V N. Modelling and analysis of a cracked rotor: a review of the literature and its implications[J]. Archive of Applied Mechanics, 2020, 90(6): 1215-1245.
- [2] 路振勇,陈予恕,侯磊,等.常开空心轴裂纹转子系统的动力学特性[J].航空动力学报,2015, 30(2): 422-430. LU Zhenyong, CHEN Yushu, HOU Lei, et al. Dynamic characteristics of an open crack in hollow shaft rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(2): 422-430.
- [3] 于海,陈予恕,曹庆杰.多自由度裂纹转子系统非线性动力学特性分析[J].振动与冲击, 2014, 33(7): 92-98. YU Hai, CHEN Yushu, CAO Qingjie. Nonlinear dynamic behavior analysis for a cracked multi-DOF rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7): 92-98.
- [4] 李志农,王海峰,肖尧先.基于分数阶微积分的裂纹转子系统非线性动力学特性研究[J].兵工学报,2015,

- 36(9): 1790-1798.
- LI Zhinong, WANG Haifeng, XIAO Yaoxian. Nonlinear dynamic characteristics of cracked rotor system based on fractional order calculus[J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(9): 1790-1798.
- [5] SEKHAR A S, MOHANTY A R, PRABHAKAR S. Vibrations of cracked rotor system: transverse crack versus slant crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 279(3-5): 1203-1217.
- [6] 罗跃纲, 闻邦椿. 双跨转子系统裂纹-松动耦合故障的非线性响应[J]. *航空动力学报*, 2007, 22(6): 996-1001.
- LUO Yuegang, WEN Bangchun. Nonlinear responses of two-span rotor-bearing system with coupling faults of crack and pedestal looseness[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2007, 22(6): 996-1001.
- [7] WANG L, HUANG F, LUO Y, et al. Research on the dynamic characteristics of crack damage of a seal-rotor system[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 109(3): 1851-1876.
- [8] DARPE A K, GUPTA K, CHAWLA A. Transient response and breathing behaviour of a cracked Jeffcott rotor[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272(1-2): 207-243.
- [9] AL-SHUDEIFAT M A, BUTCHER E A. New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotor system: approach for critical and sub-critical harmonic analysis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(3): 526-544.
- [10] SAWICKI J T, FRISWELL M I, KULESZA Z, et al. Detecting cracked rotors using auxiliary harmonic excitation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(7): 1365-1381.
- [11] 陶海亮, 左志涛, 高庆, 等. 基于时频分析的裂纹转子碰摩故障特征研究[J]. *推进技术*, 2013, 34(4): 520-528.
- TAO Hailiang, ZUO Zhitao, GAO Qing, et al. Fault analysis of rotor with rub-impact and crack based on time-frequency analysis[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2013, 34(4): 520-528.
- [12] HOU L, CHEN Y. Super-harmonic responses analysis for a cracked rotor system considering inertial excitation[J]. *Science China Technological Sciences*, 2015, 58(11): 1924-1934.
- [13] XIE J, ZI Y, CHENG W, et al. Mechanism explanation and experimental verification of a new modulation frequency characteristic in a disturbed crack rotor[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(1): 597-616.
- [14] PRASAD S R, SEKHAR A S. Detection and localization of fatigue induced transverse crack in a rotor shaft using principal component analysis[J]. *Structural Health Monitoring*, 2021, 20(2): 513-531.
- [15] 李常有, 徐敏强, 郭耸, 等. 基于有限元的横向裂纹转子系统的动力学分析[J]. *振动工程学报*, 2009, 22(5): 486-491.
- LI Changyou, XU Minqiang, GUO Song, et al. Dynamic analysis of rotor system with transverse crack based on finite element[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, 22(5): 486-491.
- [16] GUO D, PENG Z K. Vibration analysis of a cracked rotor using Hilbert-Huang transform[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(8): 3030-3041.
- [17] ZAPICO-VALLE J L, RODRIGUEZ E, GARCIA-DIEGUEZ M, et al. Rotor crack identification based on neural networks and modal data[J]. *Meccanica*, 2014, 49(2): 305-324.
- [18] SINOUE J, DENIMAL E. Reliable crack detection in a rotor system with uncertainties via advanced simulation models based on kriging and polynomial chaos expansion[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2022, 92: 104451.
- [19] 艾延廷, 付琪, 田晶, 等. 基于融合信息熵距的转子裂纹-碰摩耦合故障诊断方法[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(10): 2161-2166.
- AI Yanting, FU Qi, TIAN Jing, et al. Diagnosis method for crack-rubbing coupled fault in rotor system based on integration of information entropy distance[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(10): 2161-2166.
- [20] 谢平, 杜义浩. 基于信息熵的裂纹转子动力特征分析与诊断方法[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(1): 195-199.
- XIE Ping, DU Yihao. Crack rotor dynamic feature analysis and diagnosis method based on information entropy[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(1): 195-199.
- [21] BACHSCHMID N, PENNACCHI P, TANZI E. A sensitivity analysis of vibrations in cracked turbogenerator units versus crack position and depth[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(3): 844-859.
- [22] CHEN C, DAI L, FU Y. Nonlinear response and dynamic stability of a cracked rotor[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2007, 12(6): 1023-1037.
- [23] SEKHAR A S. Crack identification in a rotor system: a model-based approach[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 270(4-5): 887-902.
- [24] GASCH R. Dynamic behaviour of the Laval rotor with a transverse crack[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22(4): 790-804.
- [25] AL-SHUDEIFAT M A. On the finite element modeling of the asymmetric cracked rotor[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(11): 2795-2807.
- [26] CAVALINI A A, SANCHES L, BACHSCHMID N, et al. Crack identification for rotating machines based on

- a nonlinear approach[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 79: 72-85.
- [27] YANG B, SUH C S. Non-linear characteristics of a cracked rotor-journal bearing system[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2005, 219(1): 87-108.
- [28] XIANG L, DENG Z, HU A, et al. Multi-fault coupling study of a rotor system in experimental and numerical analyses[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 97(4): 2607-2625.
- [29] 王艳丰,朱靖,滕光蓉,等. 航空发动机转子早期裂纹故障振动特征的 $1(1/2)$ 维谱分析[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(1): 88-93.
WANG Yanfeng, ZHU Jing, TENG Guangrong, et al. $1(1/2)$ dimension spectrum analysis on early cracked fault characters of aero engine rotors[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(1): 88-93.
- [30] XIE J, CHENG W, ZI Y. Modified breathing mechanism model and phase waterfall plot diagnostic method for cracked rotors[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(6): 2527-2539.
- [31] SINOUE J, LEES A W. A non-linear study of a cracked rotor[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2007, 26(1): 152-170.
- [32] SINOUE J, LEES A W. The influence of cracks in rotating shafts[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 285(4-5): 1015-1037.
- [33] BACHSCHMID N, PENNACCHI P, TANZI E, et al. Identification of transverse crack position and depth in rotor systems[J]. *Meccanica*, 2000, 35(6): 563-582.
- [34] GUO C, AL-SHUDEIFAT M A, YAN J, et al. Application of empirical mode decomposition to a Jeffcott rotor with a breathing crack[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(16): 3881-3892.
- [35] ZHU C, ROBB D A, EWINS D J. The dynamics of a cracked rotor with an active magnetic bearing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 265(3): 469-487.
- [36] SINOUE J. Detection of cracks in rotor based on the $2\times$ and $3\times$ super-harmonic frequency components and the crack-unbalance interactions[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2008, 13(9): 2024-2040.
- [37] PENNACCHI P, BACHSCHMID N, VANIA A. A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(8): 2112-2147.
- [38] SINOUE J. Experimental study on the nonlinear vibrations and $n\times$ amplitudes of a rotor with a transverse crack[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2009, 131(4): 041008.

第一作者: 韩冰(1993—),男,博士研究生。

E-mail: 18B902051@stu.hit.edu.cn

通信作者: 刘占生(1962—),男,博士,教授。

E-mail: lzs@hit.edu.cn