

振幅增强型超材料梁中弹性波的复能带特性分析

郭文杰, 洪显, 罗文俊, 颜建伟, 聂彪

(华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保护国家重点实验室, 江西南昌 330013)

摘要: 超长梁结构的振动频率跨度大, 为实现超长梁结构的宽频振动控制, 在梁上周期布置含有阻尼的振幅增强型动力吸振器。振幅放大装置通过人为地放大受控点处的振幅, 从而提高吸振器的工作能力。为能考虑阻尼的影响, 建立了复能带分析模型, 并基于人工弹簧模型和能量法提出了一种复能带计算方法。利用该方法分析了振幅放大装置形式、吸振器阻尼和放大系数对复能带的影响。并研究了非接地式振幅放大装置连接点相对位置对其减振性能的影响。结果表明, 振幅放大装置形式、吸振器阻尼和放大系数对复能带的影响很大; 合适的相对位置能够大幅度提高非接地式振幅放大装置的工作能力。

关键词: 超材料梁; 动力吸振器; 复能带; 振幅放大机制; 人工弹簧

中图分类号: O327; O328 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)03-0499-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.03.006

Complex band structure characterization of elastic waves in amplitude enhanced metamaterial beams

GUO Wenjie, HONG Xian, LUO Wenjun, YAN Jianwei, NEI Biao

(State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University,
Nanchang 330013, China)

Abstract: Ultra-long beam structure has large vibration frequency span. To control the wide frequency vibration of ultra-long beam structures, amplitude-enhanced dynamic vibration absorbers with damping are arranged periodically on the beam. The amplitude magnification device artificially magnifies the amplitude at the controlled point, thereby increasing the operating ability of the absorber. To be able to consider the effect of damping, a complex band structure analysis model is established, and a new complex band structure calculation method is proposed based on the artificial spring model and the energy method. This method is used to analyze the effect of amplification device type, absorber damping and magnification factor on the complex band structure in detail. The effect of the relative position of the connection points of the ungrounded magnification device on its vibration damping performance is studied. The results show that the magnitude amplification device type, absorber damping and magnification factor have great influence on the complex band structure. The suitably relative position can significantly improve the working ability of the ungrounded magnification device.

Keywords: metamaterial beam; dynamic vibration absorber; complex band structure; amplitude magnification; artificial spring

超长梁结构在工程中具有广泛的应用, 如桥梁、铁路轨道、管道等。这些超长梁结构受到风荷载、车荷载、地震波等^[1-2]动态荷载会产生振动, 有效抑制结构振动带来的危害至关重要。然而这些振动的频率通常并不固定, 且振动频率跨度很大, 因此超长梁结构的宽频减振具有重要意义。

动力吸振器(dynamic vibration absorber, DVA)

是工程上常用的减振装置之一, DVA通过与主体结构振动频率发生共振转移和耗散结构中的能量, 从而降低结构的振动^[3]。振幅放大机构能够通过放大连接处的位移来提高DVA的吸振效果, 杠杆是一种简易且有效的放大机构。LEE等^[4]设计了一种杠杆式DVA, 并证明了它的有效性。李春祥等^[5]研究了杠杆多重DVA的动力特性, 结果表明该装置能

收稿日期: 2023-05-01; **修订日期:** 2023-08-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52225210, 52402425); 江西省自然科学基金资助项目(20224BAB204069, 20242BAB214078); 江西省博士后择优资助项目(2021KY25); 江西省教育厅科技项目(GJJ2200629); 江西省研究生创新资金资助项目(YC2022-s555)

够提供较好的有效性和鲁棒性。杨晓彤等^[6]提出了一种含振幅放大机构和惯容的接地刚度动力吸振器,并依据 H_{∞} 优化准则对吸振器进行了参数优化,结果表明其能够大幅降低主系统的振幅,拓宽减振频带。从上述研究中可知,振幅增强型 DVA 能实现宽频减振的目的。

周期结构具有特殊的滤波特性,能够让某些频率波在结构中传播,而其他频率波则会产生衰减,该特性也被称为带隙特性。LIU 等^[7]提出的局域共振的概念,拓宽了周期结构运用场景。将吸振装置作为局域共振器,周期布设于结构中,以抑制波在结构中的传播。这一想法也应用在梁结构的减振中^[8-9]。XIAO 等^[10]研究了周期布设 DVA 的梁的传输特性,并通过推导和物理模型解释了周期性系统带隙的形成机制。这种周期性梁结构也被称为超材料梁。张垚等^[11]设计了基于磁流变弹性体的超材料梁,可以在不改变结构的情况下实现对超材料梁带隙的调节。朱学治等^[12]将转动振子周期布置于基体梁上形成超材料梁,并分析了转动振子的转动惯量和转动刚度对带隙的影响。本文也将利用周期结构的带隙特性,通过周期布设振幅增强型 DVA 形成超材料梁,以实现大跨度梁的宽频振动调控。

周期结构的带隙计算方法根据计算模式的不同可以分为实能带和复能带。实能带是通过给定波数得到频率,现今很多方法都是基于该模式,如有限元法^[11]、平面波展开法^[13]、多重散射法^[14]和集中质量法^[15]等。而复能带与实能带相反,其是通过给定频率求解波数。相较于实能带,复能带既能得到带隙的频率又能获得衰减特性,有更大的分析优势。但复能带求解方法更加复杂,因此计算方法也相对有限。如传递矩阵法^[12]、扩展平面波展开法^[16]、扩展微分正交法^[17]和扩展有限元法^[18]等。传递矩阵法是一种天然的复能带分析方法,但适用性较差,一般仅用于一维周期结构的计算;扩展平面波展开法计算流程直观,但收敛性差;扩展微分正交法也仅在一维结构中使用;扩展有限元法的适用性很好,但计算结果精度与网格划分精度相关。上述方法在其使用范围内都有很好的应用,也有各自的缺陷。本文将提出一种复能带的分析方法,该方法基于能量法,其计算模式与有限元相似,但无需划分网格。

在之前的工作中^[19]提出了基于人工弹簧模型 (artificial spring model, ASM) 和能量法的实能带计算方法。该方法利用人工弹簧模拟周期边界条件,使得能量法的形函数无需满足复杂的 Bloch 理论,并且将波数仅存在于周期边界条件的弹簧势能中,扫描波数时无需计算全部矩阵,大大提高了能量法计算带隙的效率。本文进一步改进 ASM,将其扩展到复能带的计算中。

1 理论计算

1.1 装置模型介绍

动力吸振器的吸振效果与吸振器的质量和刚度相关^[20],放大受控点的振幅,相当于增加吸振器的质量和刚度,从而提高吸振器的工作能力。文献[21]分析了振幅放大装置的工作机制。杠杆是一种常见、简易和有效的振幅放大 (amplitude magnification, AM) 装置。本文研究利用杠杆连接吸振器形成的振幅放大吸振器 (AMDVA)。根据杠杆支撑的方式不同,可以分为接地式和非接地式。

1.1.1 接地式 AMDVA 模型

如图 1 所示,接地式 AMDVA 的支撑点和地面 (固定点) 相连,接地式 AMDVA 能够获得很好的减振效果。其中,质量块提供 AMDVA 的质量 m_{DVA} ,橡胶层提供 AMDVA 的刚度 k_{DVA} 和阻尼 c_{DVA} ,振幅放大系数表示为 $\alpha = l_2/l_1$,其中, l_1 为支撑点到受控点的杆长, l_2 为吸振器与杆的连接处到支撑点的杆长。假设受控点处基体梁的垂向位移为 w_1 ,此时 DVA 处的位移为 αw_1 。

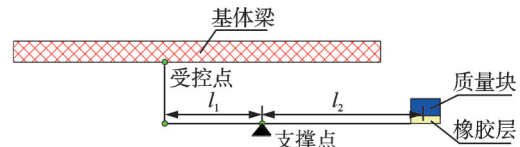


图 1 接地式 AMDVA 模型

Fig. 1 Model of grounded AMDVA

1.1.2 非接地式 AMDVA 模型

如图 2 所示,非接地式 AMDVA 的受控点和支撑点均在连接的基体梁上,因此非接地式 AMDVA 在装配上更加灵活。设支撑点处的垂向位移为 w_2 ,那么传导到 DVA 上的振幅则为 $\alpha(w_1 - w_2)$ 。

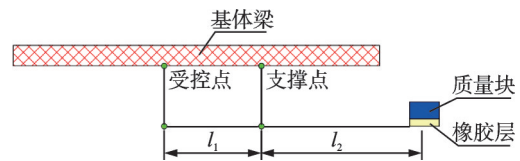


图 2 非接地式 AMDVA 模型

Fig. 2 Model of ungrounded AMDVA

1.2 基于 ASM 的复能带计算

提出的基于 ASM 和能量法的实能带计算方法^[19],能够简单高效地得到结构的实能带曲线。在工程中,往往需要得到结构的衰减特性,而这是实能带所不能做到的。因此,建立复能带分析模型,能更全面地分析周期结构的振动特性。本文将基于 ASM 和能量法提出一种复能带计算方法。该方法的基本计算思路是:利用 ASM 模拟周期边界条件,

波数 k 仅存在人工弹簧的弹性势能中。通过处理 ASM 的刚度矩阵,将波数 k 和刚度矩阵解耦,进而给定频率 ω 求解波数 k 。

如图3所示,在梁下周期布设 AMDVA,间隔为 l ,梁的宽度和高度分别为 b 和 h 。梁的垂向振动基于欧拉梁理论。根据能量法,梁的垂向振动可以由与时间相关的未知系数 $a(t)$ 和与位置相关的形函数 $f(x)$ 组成:

$$\omega_1(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) f_i(x) = \mathbf{a}^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{a} \quad (1)$$

式中, $\omega_1(x, t)$ 表示梁的垂向位移; N 为截断系数; $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{N-1} \ a_N]$; $\mathbf{f} = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_{N-1} \ f_N]$ 。AMDVA 的垂向位移设为 u , 与未知系数向量 \mathbf{a} 组合形成 $\mathbf{b} = [\mathbf{a} \ u]$ 。

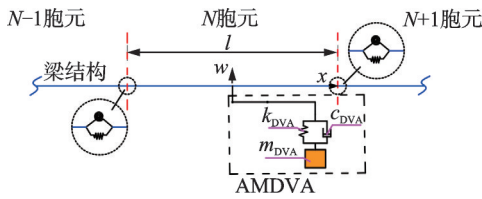


图3 周期布设 AMDVA 的超材料梁模型

Fig. 3 Metamaterial beam model by periodic array of AMDVA

$$\begin{cases} E_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} m_{\text{DVA}} \dot{u}^2 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_{\text{AMDVA}} \dot{\mathbf{b}} \\ U_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} k_{\text{DVA}} [\alpha(\omega_1 - \omega_2) - u]^2 = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_{\text{AMDVA}} \mathbf{b} \\ P_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} c_{\text{DVA}} [\alpha(\dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2) - \dot{u}] [\alpha(\omega_1 - \omega_2) - u] = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{C}_{\text{AMDVA}} \mathbf{b} \end{cases} \quad (4)$$

依据 ASM,在单元首尾两端布设人工弹簧来模型周期边界条件。依据 Bloch 理论,位移和转角需要满足:

$$\omega(0) = \omega(l) e^{-ikl}, \quad \frac{\partial \omega(0)}{\partial x} = \frac{\partial \omega(l)}{\partial x} e^{-ikl} \quad (6)$$

设人工位移和转角弹簧刚度分别为 k_s 和 k_r ,为了满式(6),刚度取值均需要取无穷大,详细原因可以参考文献[19]。令 $\lambda = e^{-ikl}$,并根据式(6)可以得到人工弹簧的弹性势能为:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{1}{2} k_s [\omega(0) - \omega(l) \lambda]^2 + \\ &\quad \frac{1}{2} k_r \left[\frac{\partial \omega(0)}{\partial x} - \frac{\partial \omega(l)}{\partial x} \lambda \right]^2 = \\ &\quad \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_p(\lambda) \mathbf{b} \end{aligned} \quad (7)$$

式中, \mathbf{K}_p 表示人工弹簧的刚度矩阵。

综上,可以得到一个周期单元的拉格朗日量为:

$$\begin{aligned} \Pi &= E_B + E_{\text{AMDVA}} - U_B - U_{\text{AMDVA}} - U_p - C_{\text{AMDVA}} = \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H (\mathbf{M}_B + \mathbf{M}_{\text{AMDVA}}) \dot{\mathbf{b}} - \frac{1}{2} \mathbf{b}^H [\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_{\text{AMDVA}} + \\ &\quad \mathbf{K}_p(\lambda)] \mathbf{b} - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{C}_{\text{AMDVA}} \mathbf{b} \end{aligned} \quad (8)$$

梁的动能和应变能分别表示为:

$$E_B = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \dot{\omega}^2 dx = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_B \dot{\mathbf{b}} \quad (2)$$

$$U_B = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_B \mathbf{b} \quad (3)$$

式中, ρ 、 A 、 E 和 I 分别为梁的密度、面积、弹性模量和转动惯量;上标“H”为厄米特转置; \mathbf{M}_B 、 \mathbf{K}_B 分别表示梁的质量矩阵和刚度矩阵。进一步地,计算 AMDVA 的能量泛函。

根据 1.1.1 和 1.1.2 节中的描述,接地式 AMDVA 的动能、弹性势能 and 阻尼耗散能分别为:

$$\begin{cases} E_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} m_{\text{DVA}} \dot{u}^2 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_{\text{AMDVA}} \dot{\mathbf{b}} \\ U_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} k_{\text{DVA}} (\alpha \omega_1 - u)^2 = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_{\text{AMDVA}} \mathbf{b} \\ P_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} c_{\text{DVA}} (\alpha \dot{\omega}_1 - \dot{u}) (\alpha \omega_1 - u) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{C}_{\text{AMDVA}} \mathbf{b} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{M}_{\text{AMDVA}}$ 、 $\mathbf{K}_{\text{AMDVA}}$ 、 $\mathbf{C}_{\text{AMDVA}}$ 分别为接地式 AMDVA 的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵。

非接地式 AMDVA 的动能、弹性势能 and 阻尼耗散能分别为:

根据拉格朗日方程 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\mathbf{b}}} \right) - \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{b}} = 0$ 处理

式(8),便可得到周期单元的运动特征方程为:

$$\begin{aligned} \{ & -\omega^2 (\mathbf{M}_B + \mathbf{M}_{\text{AMDVA}}) + i\omega \mathbf{C}_{\text{AMDVA}} + \\ & [\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_{\text{AMDVA}} + \mathbf{K}_p(\lambda)] \} \mathbf{b} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

对式(9)做一定的降阶处理,并给定波数 k ,便能够得到周期结构的实能带。反之,给定频率 ω 求解波数 k ,此时式(9)为非线性求解问题,计算复杂。为此,通过改进 ASM,提出了一种复能带计算方法。

复能带求解的关键在于波数项的解耦。得益于 ASM,波数 k 仅存在于 \mathbf{K}_p 中。根据式(7),将 $\mathbf{K}_p(\lambda)$ 展开并将波数项和不含波数项矩阵分离:

$$\mathbf{K}_p(\lambda) = \mathbf{K}_\alpha + \lambda \mathbf{K}_\beta + \frac{1}{\lambda} \mathbf{K}_\gamma \quad (10)$$

式中, $\mathbf{K}_\alpha = k_s [f(0) f^H(0) + f(l) f^H(l)] + k_r [f_x(0) \cdot f_x^H(0) + f_x(l) f_x^H(l)]$; $\mathbf{K}_\beta = -k_s f(0) f^H(l) - k_r f_x(0) \cdot f_x^H(l)$; $\mathbf{K}_\gamma = -k_s f(l) f^H(0) - k_r f_x(l) f_x^H(0)$; f_x 表示形函数 f 对 x 的一阶导数。

将式(10)代入式(9)可得到:

$$[\lambda^2 \mathbf{K}_\beta + \lambda \mathbf{H}(\omega) + \mathbf{K}_\alpha] \mathbf{b} = 0 \quad (11)$$

式中, $\mathbf{H}(\omega) = -\omega^2 (\mathbf{M}_B + \mathbf{M}_{\text{AMDVA}}) + i\omega \mathbf{C}_{\text{AMDVA}} + \mathbf{K}_B +$

$K_{AMDVA} + K_a$ 。

对式(11)进行一定的降阶处理:令 $\lambda b = c$ 。由此便能得到以 λ 为特征值的线性特征方程:

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & -I \\ K_v & H(\omega) \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & -K_p \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

式中, 0 表示 $N \times N$ 的零矩阵; I 表示 $N \times N$ 的单位矩阵。对于式(12), 扫描一段频率 ω , 便能得到对应的 λ , 进而算出波数 k , 得到周期布设了 AMDVA 的梁的复能带。

2 数值分析

2.1 模型参数

在本文中, 梁的材料为钢, 密度为 7850 kg/m^3 , 弹性模量为 210 GPa , 泊松比为 0.3 , 梁的高度和宽度均为 0.03 m 。AMDVA 的布设间距为 0.6 m , 质量块和一个周期单元梁的质量比为 0.03 , 吸振频率 $f_{DVA} = 500 \text{ Hz}$, 刚度取值采用单自由度的固有频率计算公式得到: $k_{DVA} = m_{DVA} (2\pi f_{DVA})^2$ 。AMDVA 的受控点位于一个周期单元的中间, 受控点到支撑点的杆长为 $l_1 = 0.05 \text{ m}$, 支撑点到 DVA 连接处的杆长为 $l_2 = 0.15 \text{ m}$ 。在本节中, 采用接地式 AMDVA 作为研究对象, 暂不考虑阻尼的影响。后续分析中, 除非另外说明, 否则参数保持不变。

2.2 收敛性分析

在使用基于 ASM 的能量法时, 复能带的计算精度与模拟位移的形函数个数和虚拟弹簧的刚度相关。本节将利用控制变量法, 研究二者取值的收敛性。

2.2.1 形函数个数

本文方法是利用 N 个形函数来模拟位移, N 的取值也决定了复能带的精度。将位移和转角的人工弹簧刚度均取为 10^{14} , 其单位分别为 N/m 和 $\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 。以频率为 2000 、 4000 、 6500 Hz 时, 波数的实数部分取值为参考。图 4 为形函数个数的收敛曲线。从图 4 中可以看到, 当形函数个数取为 14 时, 6500 Hz 以内的复能带就可以收敛。

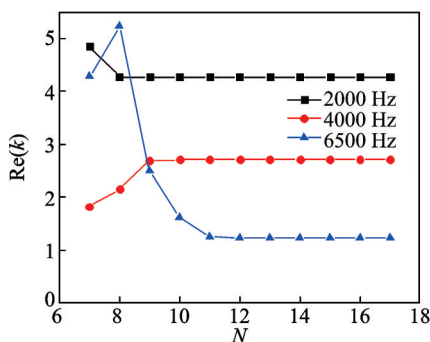


图 4 形函数个数的收敛曲线

Fig. 4 Convergence curve of the number of shape function

2.2.2 虚拟弹簧刚度

正如 1.2 节中所述, 使用 ASM 模拟周期边界时, 虚拟弹簧的刚度取值为无穷大, 因此在计算过程中, 需要用一个“大”值来代替。ASM 计算结果的准确性与刚度密切相关, 因此需要分析虚拟弹簧刚度取值的收敛性。取形函数个数 $N=15$, 同样以频率为 2000 、 4000 、 6500 Hz 时, 波数的实数部分取值为参考。图 5 为虚拟弹簧刚度取值的收敛曲线。从图 5 中可以看出, 当虚拟弹簧刚度取值为 10^{13} N/m 时, 6500 Hz 以内的复能带结构就可以收敛。综上, 在后续的分析中, 将形函数个数为 15 , 虚拟弹簧刚度取值为 10^{13} 。

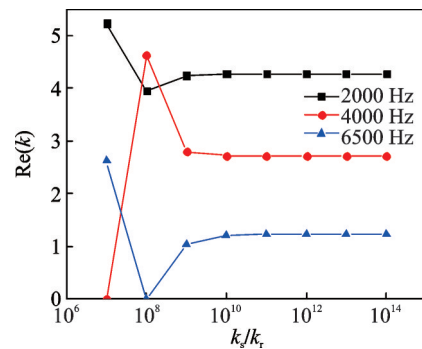


图 5 虚拟弹簧刚度取值的收敛曲线

Fig. 5 Convergence curve of the virtual spring stiffness values

2.3 准确性验证

COMSOL 能够提供周期边界条件, 得到周期结构的带隙特性。本节将通过与有限元计算的结果进行对比, 研究本文方法的准确性。利用 COMSOL 的固体力学模块建立如图 3 所示的有限元模型, 并利用特征频率研究得到结构的复能带。图 6 为 COMSOL 的有限元模型, 图中的蓝色部分为基体梁, 下方的红色部分为刚性杆, 杆的末尾黑色部分为吸振器, 黑点的位置为弹簧阻尼器的连接位置。如图 7 所示, 梁和杆之间采用弹簧阻尼器连接, 弹簧阻尼器的垂向刚度设置为 10^{15} N/m , 以模拟刚性连接; 支撑点处采用弹性基础模拟, 弹性基础各向弹簧均为 10^{15} N/m , 以模拟刚性固定约束; 质量块和杆之间采用弹性薄层连接, 刚度取值与吸振器刚度取值一致。



图 6 有限元模型

Fig. 6 Finite element model

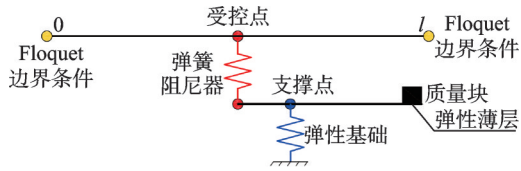


图 7 模型示意图

Fig. 7 Schematic diagram of the model

可以看出 FEM 的实能带结果和 ASM 计算得到的复能带实部结果在 4000 Hz 以内吻合地较好, 而对于 4000 Hz 以上, 因为梁模型选用的不同会产生误差, 其中最大的误差为 4.04%, 可以认为该段误差在可接受范围内, 由此可以证明 ASM 的正确性。从图 8(a) 中可以看出, 设有 AMDVA 的周期性梁的前三段带隙分别为: 155~195 Hz、481~615 Hz、782~907 Hz。根据 Bragg 散射机理, 当波长满足条件: $2l=nr(n=1, 2, 3, \dots)$, 其中, r 为波长, l 为单元长度。Bragg 散射频率的估算公式为: $f_{\text{Bragg}} = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \frac{n^2 \pi}{2l^2}$, 将 2.1 节中的参数代入此公式中, 当 $n=1$ 时, $f_{\text{Bragg}}=195.4$ Hz; 当 $n=2$ 时, $f_{\text{Bragg}}=781.7$ Hz。由此可知 155~195 Hz 和 782~907 Hz 为 Bragg 带隙。图 8(b) 为结构的衰减特性曲线, 可以看出由 AMDVA 共振产生的带隙具有最大的衰减。而由 Bragg 散射产生的带隙的衰减相对较小。

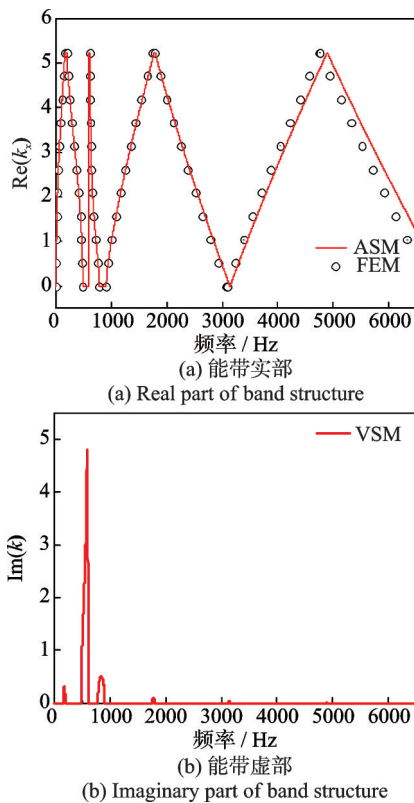


图 8 FEM 和 ASM 的能带结果对比

Fig. 8 Comparison of band results of FEM and ASM

3 复能带特性研究

复能带既能得到周期结构的振动传播规律, 还能获得衰减特性, 相较于实能带具有更大的分析优势。本文将分析分别布设了接地式 AMDVA 和非接地式 MDVA 的周期性梁的复能带特性。

3.1 装置形式的复能带

在 1.1 节中介绍了接地式和非接地式的 AMDVA, 并分析了两者的特点, 两种装置的不同结构形式的减振效果也需要进行定量分析。在实际工程中往往会加入阻尼来提升 DVA 的减振效果, 因此在本节中, 设置阻尼系数 $c_{\text{DVA}}=100$ N/(m/s)。

设置的振幅放大吸振器的吸振频率为 500 Hz, 因此在分析复能带时, 分析频段范围为 0~1500 Hz。由图 9 可知, AMDVA 和传统 DVA 在吸振频率 500 Hz 均会产生带隙。接地式 AMDVA 具有远超非接地式 AMDVA 的吸振频率与吸振效果, 并且非接地式 AMDVA 比传统 DVA 有更好的工作能力。从图 9(a) 中可以看出, 当 DVA 中含有阻尼后, 复能带的实部很难正确地反映出振动的传播规律。因此唯有复能带的虚部才能准确地分析出含阻尼 DVA 的振动传播与衰减规律。

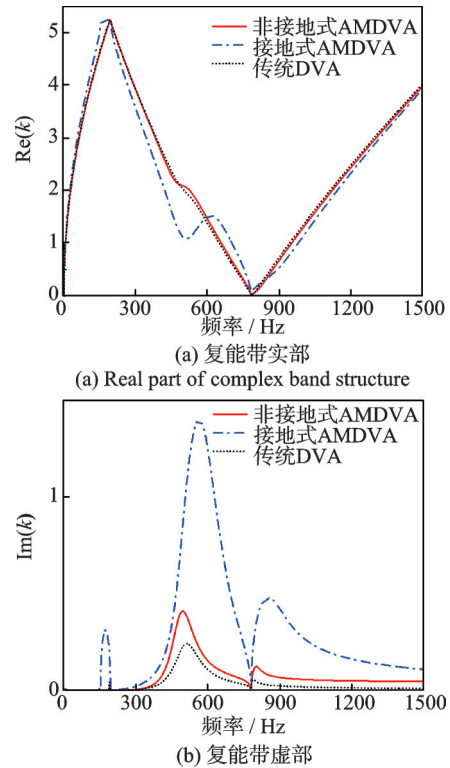


图 9 不同 DVA 的复能带结果对比

Fig. 9 Comparison of complex band results with different DVA

3.2 阻尼对复能带的影响

阻尼的耗散作用对工程结构的减振具有重要意义,而这是实能带所不能准确描述的。在上一节的分析中也看出复能带实部并不能准确地描述振动的传播与衰减,本节将利用复能带虚部研究阻尼的影响。

如图10(a)所示,无阻尼的非接地式AMDVA仅在500 Hz左右小范围内有强烈衰减,而添加阻尼的非接地式AMDVA能够扩大减振频率,但也降低了衰减程度。在190~196 Hz有一段很小的衰减区域,这段带隙区域几乎不受阻尼的影响,这段带隙是由Bragg散射产生,而吸振器对Bragg散射的影响很小,也就导致阻尼对该段频率的影响不大。图10(b)中的154~196 Hz处的带隙不变的原因与非接地式AMDVA一致。而且因为接地式AMDVA的良好放大效果,梁结构产生了宽频带隙且有较好的衰减。综上所述,阻尼的滞后效应拓宽了局域共振带隙,并降低了衰减程度;原来的通带频率会产生衰减,且阻尼越大衰减程度越大。

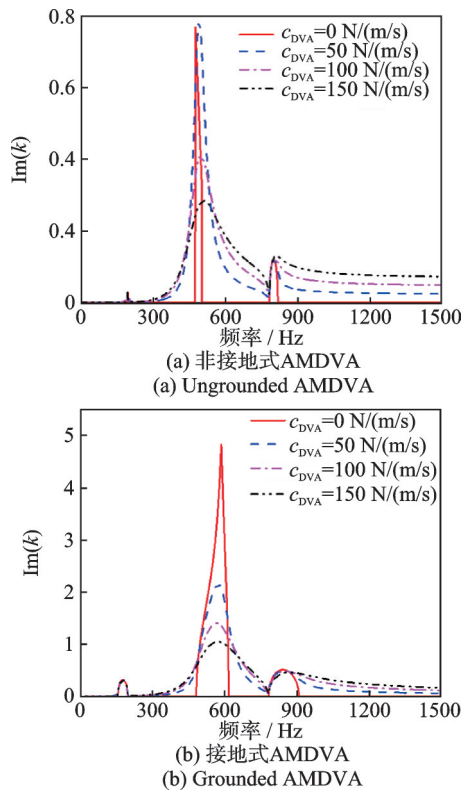


图10 阻尼对复能带虚部的影响

Fig. 10 The effect of damping on the imaginary part of the complex band structure

3.3 放大系数对复能带的影响

振幅放大装置的放大系数很大程度上决定了AMDVA减振效果。放大系数越大,即对杠杆的材料和空间要求更高,同时也具有倾覆的风险。对于放大系数的分析是十分必要的。图11为放大系数对复能带虚部的影响,其中云图的颜色表示复能带振动的衰

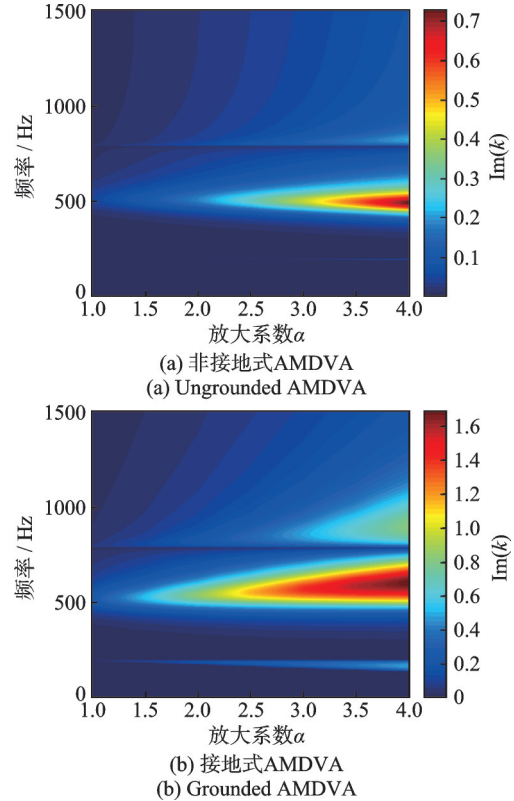


图11 放大系数对复能带虚部的影响

Fig. 11 The effect of amplification factor on the imaginary part of complex band structure

减程度,颜色越红表示衰减越大,颜色越蓝表示衰减越小,云图颜色条上的值表示复能带的虚部取值。

从图11中可以看出,随着放大系数的增大,这两类AMDVA的减振频率和减振能力均会得到增强,且接地式AMDVA的工作能力具有明显的增强。对于非接地式AMDVA,其最大的衰减频率始终维持在500 Hz。而接地式AMDVA的最大衰减频率会随着放大系数的增加而增加。其原因在于:放大系数会增大DVA的等效质量,从而导致DVA的等效质量相较于主体结构变得不可忽视,单自由度的计算方法不再准确。

4 受控点和支撑点之间的相对位置对非接地式AMDVA的影响

非接地式AMDVA的布设灵活,能够很好地适应工程实际,但在上述研究中也发现,非接地式AMDVA的减振效果相对有限,如何在不改变DVA参数的前提下提升非接地式AMDVA减振效果是本节的研究重点。受控点和支撑点的相对位置会影响非接地式AMDVA的工作能力。因为结构具有周期性,因此本节将受控点置于一个周期单元的起点,通过移动支撑点的位置来研究受控点和支撑点之间的相对位置对非接地式AMDVA的影响,并设

受控点和支撑点的相对位置为 Δx 。将 Δx 从0增大到0.6,结果如图12所示,云图的颜色条上的值表示复能带的虚部取值。

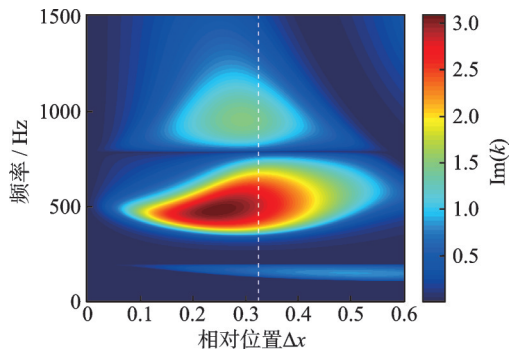


图12 相对位置 Δx 对复能带虚部的影响

Fig. 12 The effect of relative position Δx on the imaginary part of the complex band structure

从图12中可以看出:受控点和支撑点的相对位置会显著影响非接地式AMDVA的减振效果,也就意味着调节两点的相对位置能够提高非接地式AMDVA的工作能力;当两连接点的相对位置处于0.2~0.35时,非接地式AMDVA具有较宽的减振频率以及很好的衰减率。

提取 $\Delta x=0.6$ 和 $\Delta x=0.33$ 时非接地式AMDVA的复能带虚部,如图13所示。总体上, $\Delta x=0.33$ 时非接地式AMDVA的减振效果比 $\Delta x=0.6$ 时的更加优异。而且, $\Delta x=0.33$ 时,非接地式AMDVA的减振效果甚至超过了接地式AMDVA。为研究产生该现象的原因,绘出振动频率为500 Hz时的基体梁的振型图,如图14所示。当 $\Delta x=0.6$ 时,受控点和支撑点之间的位移差很小,意味着放大效果不明显,也就导致减振效果提升不够;当 $\Delta x=0.33$ 时,两点之间的位移差更大,也就有着更好的减振效果。为更好地使用非接地式AMDVA,在确定吸振频率后,可以根据基体结构的振型布设受控点和支撑点,以获得更好减振效果。

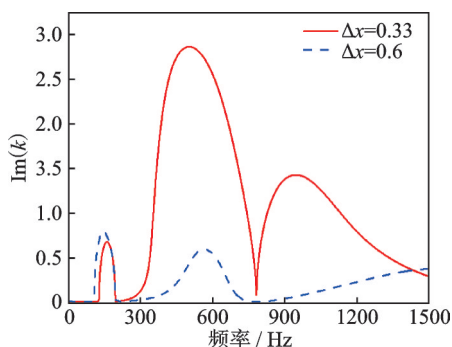


图13 $\Delta x=0.6$ 和 $\Delta x=0.33$ 时的复能带虚部曲线

Fig. 13 Imaginary part of the complex band structure at $\Delta x=0.6$ and $\Delta x=0.33$

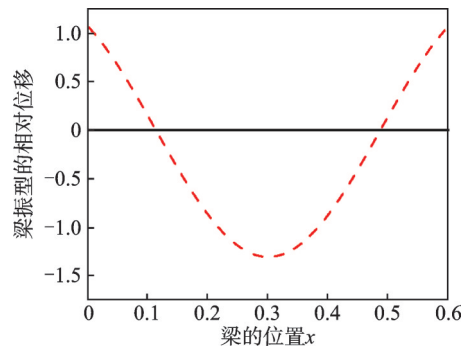


图14 振动频率为500 Hz时梁的振型(实线为初始状态,虚线为振动状态)

Fig. 14 The shape mode of beam when the vibration frequency is 500 Hz (the solid part is the initial state; the dotted part is the vibration state)

5 结论

为降低梁结构的振动,本文将两种振幅放大型吸振器分别周期布设于梁上,并从复能带的角度研究两种装置的减振效果。本文基于ASM和能量法,提出了一种复能带的计算方法,并详细说明了该方法的计算流程。通过控制变量法,确定了本方法虚拟弹簧刚度取值和形函数个数的收敛性,并利用FEM验证了提出方法的正确性。之后研究了两种装置形式、材料阻尼和振幅放大系数对复能带的影响。得到了以下结论:

(1)接地式AMDVA和非接地式AMDVA比传统DVA有着更好的减振宽度和衰减性能。

(2)复能带能够准确地反映阻尼对振动传递的影响,阻尼能够拓宽局域共振带隙,并降低其衰减程度;而原本的通带频率在阻尼作用下会产生衰减,且阻尼越大衰减程度越大。

(3)放大系数的增加会提高AMDVA的工作能力,且对接地式AMDVA的工作能力提高得更加明显。

(4)非接地式AMDVA的减振效果与受控点和支撑点的相对位置相关,通过调整相对位置,能够大幅度提高其工作能力。

参考文献:

- [1] 王少钦,夏禾,郭薇薇,等.考虑桥梁几何非线性的风-车-桥耦合振动分析[J].工程力学,2013,30(4):122-128.
WANG Shaoqin, XIA He, GUO Weiwei, et al. Coupling vibration analysis of wind-train-bridge system considering geometric nonlinearity of bridge[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(4): 122-128.
- [2] 王亚伟,郑凯锋,熊籽跃,等.地震与风联合作用下大

- 跨桥梁车-桥耦合振动分析[J]. 中国公路学报, 2021, 34(2): 298-308.
- WANG Yawei, ZHENG Kaifeng, XIONG Ziluo, et al. Coupled vibration analysis of vehicle-bridge for long-span bridge under wind and earthquake action[J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(2): 298-308.
- [3] SUN C, NAGARAJAIAH S. Study on semi-active tuned mass damper with variable damping and stiffness under seismic excitations[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2014, 21(6): 890-906.
- [4] LEE E T, EUN H C. Lever-type tuned mass damper for alleviating dynamic responses[J]. Advances in Civil Engineering, 2019(1): 5824972.
- [5] 李春祥, 王肇民. 杠杆式多重调谐质量阻尼器的动力特性[J]. 固体力学学报, 2003, 24(4): 451-455.
- LI Chunxiang, WANG Zhaomin. Dynamic characteristics of lever-type multiple tuned mass dampers[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2003, 24(4): 451-455.
- [6] 杨晓彤, 申永军, 王俊锋. 一种含放大机构、惯容和接地刚度的动力吸振器的参数优化[J]. 振动与冲击, 2022, 41(21): 308-315.
- YANG Xiaotong, SHEN Yongjun, WANG Junfeng. Parametric optimization of a DVA with amplifying mechanism, inerter and grounded stiffness[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(21): 308-315.
- [7] LIU Z Y, ZHANG X X, MAO Y W, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289(5485): 1734-1736.
- [8] LIU Y Z, YU D L, LI L, et al. Design guidelines for flexural wave attenuation of slender beams with local resonators[J]. Physics Letters A, 2007, 362(5-6): 344-347.
- [9] YU D L, LIU Y Z, WANG G, et al. Flexural vibration band gaps in Timoshenko beams with locally resonant structures[J]. Journal of Applied Physics, 2006, 100(12): 124901.
- [10] XIAO Y, WEN J H, YU D L, et al. Flexural wave propagation in beams with periodically attached vibration absorbers: band-gap behavior and band formation mechanisms[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(4): 867-893.
- [11] 张垚, 李金强, 宋智广, 等. 利用磁流变弹性体对超材料梁进行带隙调控[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(9): 1271-1276.
- ZHANG Yao, LI Jinqiang, SONG Zhiguang, et al. Bandgap control of metamaterial beam using magnetorheological elastomers[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2022, 43(9): 1271-1276.
- [12] 朱学治, 陈照波, 焦映厚, 等. 含有周期分布转动振子的声子晶体梁的弯曲振动带隙研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(21): 85-91.
- ZHU Xuezhi, CHEN Zhaobo, JIAO Yinghou, et al. Flexural vibration band gaps in a phononic crystal beam containing rotational resonators[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(21): 85-91.
- [13] DAL POGGETTO V F, SERPA A L. Elastic wave band gaps in a three-dimensional periodic metamaterial using the plane wave expansion method[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 184: 105841.
- [14] 房学谦, 胡超, 杜善义. 半无限功能梯度材料结构中圆孔对弹性波的多重散射[J]. 工程力学, 2007, 24(12): 14-18.
- FANG Xueqian, HU Chao, DU Shanyi. Multiple scattering of elastic waves in semi-infinite functionally graded material with a circular cavity[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(12): 14-18.
- [15] 温激鸿, 王刚, 刘耀宗, 等. 基于集中质量法的一维声子晶体弹性波带隙计算[J]. 物理学报, 2004, 53(10): 3384-3388.
- WEN Jihong, WANG Gang, LIU Yaozong, et al. Lumped-mass method on calculation of elastic band gaps of one-dimensional phononic crystals[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(10): 3384-3388.
- [16] LAUDE V, ACHAOUY Y, BENCHABANE S, et al. Evanescent Bloch waves and the complex band structure of phononic crystals[J]. Physical Review B, 2009, 80(9): 092301.
- [17] CHENG Z B, SHI Z F, MO Y L. Complex dispersion relations and evanescent waves in periodic beams via the extended differential quadrature method[J]. Composite Structures, 2018, 187: 122-136.
- [18] VERES I A, BERER T. Complexity of band structures: Semi-analytical finite element analysis of one-dimensional surface phononic crystals[J]. Physical Review B, 2012, 86(10): 104304.
- [19] 冯青松, 杨舟, 郭文杰, 等. 基于人工弹簧模型的周期结构带隙计算方法研究[J]. 力学学报, 2021, 53(6): 1684-1697.
- FENG Qingsong, YANG Zhou, GUO Wenjie, et al. Research on band gap calculation method of periodic structure based on artificial spring model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(6): 1684-1697.
- [20] ÖZYAR O, YILMAZ Ç. A self-tuning adaptive-passive lever-type vibration isolation system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 505: 116159.
- [21] FENG Q S, YANG Z, GUO W J, et al. Enhanced suppression of vibrational wave transmission in structures with periodically attached absorbers exploiting amplitude magnification mechanisms[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2022, 95: 104666.

第一作者: 郭文杰(1991—),男,博士,副教授。

E-mail: 739633869@qq.com

通信作者: 罗文俊(1979—),女,博士,教授。

E-mail: lwj06051979@163.com