

# 覆冰多分裂输电导线舞动的动态张力随机分析与可靠度评估

李正良<sup>1,2</sup>, 王泽宇<sup>1</sup>, 王涛<sup>3,4</sup>, 吕大刚<sup>4,5</sup>, 谭忆秋<sup>3,4</sup>

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400044;  
3. 哈尔滨工业大学交通科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090; 4. 哈尔滨工业大学重庆研究院, 重庆 401151;  
5. 哈尔滨工业大学土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090)

**摘要:** 结合有限元模型与概率密度演化法, 建立了针对覆冰多分裂输电导线舞动的动态张力随机分析方法; 通过等价极值分布法构建了覆冰多分裂导线舞动的拉断破坏失效准则, 进而发展了一种覆冰多分裂输电导线舞动可靠度评估框架; 对某单跨覆冰四分裂输电导线进行随机动力响应分析与可靠度评估。算例分析表明: 本文方法可高效地分析该跨覆冰输电导线舞动的随机动态张力, 导线进入稳定舞动阶段后随机动态张力受多模态共同影响; 导线舞动时的拉断破坏可靠概率不会随着初始垂度的增加而单调增加; 初始风攻角对导线舞动时的拉断破坏可靠概率影响显著, 初始风攻角为  $20^{\circ}$ ~ $60^{\circ}$  时该跨导线可靠概率较低。

**关键词:** 覆冰多分裂输电导线; 舞动; 动态张力; 随机动力响应; 动力可靠度

**中图分类号:** TM726.6; TU312<sup>+</sup>.1; O324 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)03-0529-10

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.03.009

## Stochastic dynamic tension analysis and reliability evaluation of ice-covered multi-split transmission line galloping

LI Zhengliang<sup>1,2</sup>, WANG Zeyu<sup>1</sup>, WANG Tao<sup>3,4</sup>, LYU Dagang<sup>4,5</sup>, TAN Yiqiu<sup>3,4</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area of Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China;  
3. School of Transportation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China;  
4. Chongqing Research Institute of Harbin Institute of Technology, Harbin Institute of Technology, Chongqing 401151, China;  
5. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

**Abstract:** In response to the galloping issue faced by ice-covered multi-split transmission lines, this study proposes a method based on the probability density evolution approach for dynamic tension stochastic analysis and reliability evaluation of such transmission lines. A stochastic analysis method for the dynamic tension in ice-covered multi-split transmission lines is established by integrating the finite element model with the probability density evolution technique. A tensile failure criterion for ice-covered multi-split transmission lines is developed by using the equivalent extreme value distribution method, and a framework for reliability evaluation of the transmission lines is constructed. Stochastic dynamic response analysis and reliability evaluation on a single-span ice-covered four-split transmission line are conducted. The analysis of the example shows that: The method in this paper can efficiently analyze the stochastic dynamic tension of the ice-covered four-split transmission line, and the stochastic dynamic tension is influenced by multiple modes after the transmission line enters the stable galloping stage; The tensile failure reliability probability of transmission lines during galloping does not exhibit a monotonous relationship with the increase of initial sag; The initial wind attack angle plays a crucial role in determining the tensile failure reliability probability of the transmission line, and the reliability of the transmission line is relatively low when the initial wind attack angle falls within the range of  $20^{\circ}$  to  $60^{\circ}$ .

**Keywords:** ice-covered multi-split transmission lines; galloping; dynamic tension; stochastic dynamic response; dynamic reliability

**收稿日期:** 2023-06-04; **修订日期:** 2023-09-19

**基金项目:** 重庆市博士后研究项目特别资助(2022CQBSHBT3009); 哈尔滨工业大学重庆研究院博士后特别支持计划(KY506023002)

覆冰输电线路受自身结构以及所在地气象条件等因素的影响会发生低频自激振动,该现象称为舞动<sup>[1]</sup>。输电线路发生舞动后会产生严重的破坏作用,导致断线、倒塔等灾害,从而发生电力供应中断以及造成经济损失<sup>[2]</sup>。

关于覆冰输电线路舞动的研究主要包括舞动模型与舞动响应等方面。针对舞动模型的研究主要从基于单自由度体系的理论探究(如DEN HAR-TOG<sup>[3]</sup>垂直舞动机理、NIGOL等<sup>[4-5]</sup>的扭转舞动机理等)发展到目前结合有限元思想的多自由度舞动模型(如DESAI等<sup>[6]</sup>建立的索单元模型与晏致涛等<sup>[7]</sup>建立的曲梁模型),相关研究已趋于成熟。关于舞动响应分析,又可细分为舞动位移与舞动张力分析。针对输电线路舞动位移响应,霍冰等<sup>[8]</sup>通过考虑相邻档距的振动对覆冰导线舞动的影响,表明相邻档距运动会导致舞动位移幅值明显增大。CHEN等<sup>[9]</sup>考虑了随机风场的影响,基于概率密度演化法(PDEM)对单根输电导线进行了舞动位移随机分析,发现其舞动响应曲线方差具有平稳性和周期性,舞动概率密度呈单、双峰模式交替传播。关于线路舞动产生的动态张力研究,王少华等<sup>[10]</sup>分析了舞动幅值、半波数及线路档距等参数对张力变化量的影响。刘操兰等<sup>[11]</sup>从能量平衡和导线长度变化的角度,给出了动态张力的理论公式,并建立了导线舞动时动态张力变化数值模拟模型。杨晓辉等<sup>[12]</sup>开展了真型输电线路综合试验,得到了导线动张力与舞动状态及有效风速之间的关系。闵光云等<sup>[13]</sup>进一步考察了不同动张力简化方法对舞动特征的影响,表明动张力简化方法对系统的频率、相位、幅值影响明显。舞动造成的危害主要来自于导线大振幅引起的较大动态张力,虽然上述研究对舞动的动态张力进行了充分的探究,但大多集中于确定性分析领域。然而,覆冰导线结构与外部环境固有的随机性会导致覆冰导线舞动时产生随机动态张力,目前针对覆冰多分裂导线舞动问题中的动态张力随机分析与可靠度评估相关研究却鲜有涉及。

为此,本文考虑了覆冰多分裂输电导线自身结构特性与其所受风荷载的随机性,基于三结点索单元的覆冰多分裂导线有限元模型,运用概率密度演化法对某单跨四分裂输电导线算例舞动的动态张力进行了随机分析,得到了该跨覆冰输电导线动态张力的概率密度演化过程,并且基于拉断破坏失效准则进一步评估了该跨输电导线在各工况下的舞动可靠度,进而评价该跨导线在舞动中的薄弱环节从而为后续加强对应的防舞措施提供参考。

## 1 覆冰多分裂导线舞动有限元模型及动态张力计算

### 1.1 覆冰多分裂导线形心与子导线结点位移关系

由于覆冰多分裂导线是柔性结构,在重力及覆冰作用下的形状近似为抛物线,本文采用具有3个平动自由度与1个扭转自由度的三结点索单元进行子导线的建模。相较单导线,分裂导线扭转运动更为复杂,且子导线轴向力对分裂导线扭转刚度影响显著,本文通过计算子导线与分裂导线形心的平动与扭转位移关系矩阵将分裂导线等效为单导线,进而得到分裂导线整体扭转刚度并实现对覆冰多分裂导线平动与扭转自由度的模拟。

如图1所示, $n$ 为分裂导线根数; $X_s$ - $Y_s$ - $Z_s$ 坐标系为全局坐标系; $X$ - $Y$ - $Z$ 坐标系为分裂导线形心处随转坐标系,其中 $X$ 轴与分裂导线形心线相切; $b_i$ 与 $h_i$ 分别为第 $i$ 根子导线的 $Z$ 轴与 $Y$ 轴坐标; $Y_i$ - $Z_i$ 坐标系为第 $i$ 根子导线的裸导线横截面形心处坐标系。假设间隔棒为刚性体,设置在每结点处,间隔棒平面法线与分裂导线形心线相切。第 $i$ 根子导线单元与分裂导线形心的位移关系矩阵 $T_i$ 为:

$$T_i = \begin{bmatrix} H_i & 0 & 0 \\ 0 & H_i & 0 \\ 0 & 0 & H_i \end{bmatrix}, H_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -b_i \\ 0 & 0 & 1 & h_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $H_i$ 为第 $i$ 根子导线单元上各结点与分裂导线形心的位移关系矩阵。

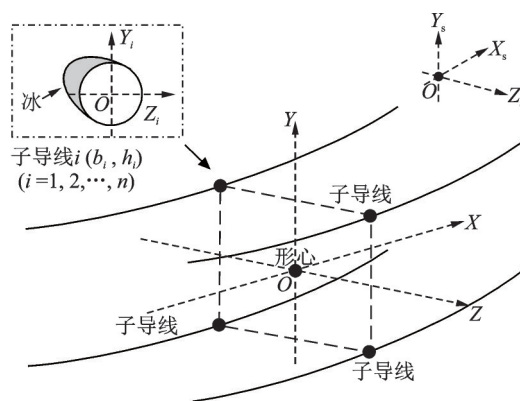


图1 覆冰多分裂输电导线示意图

Fig. 1 Diagram of ice-covered multi-split transmission lines

### 1.2 覆冰多分裂导线舞动运动方程

根据更新的Lagrange格式,覆冰多分裂导线舞动方程可以表示为:

$$M\ddot{q}_s + C\dot{q}_s + Kq_s = F_{air} \quad (2)$$

式中, $q_s$ 、 $\dot{q}_s$ 与 $\ddot{q}_s$ 分别为覆冰多分裂输电导线系统位

移、速度与加速度向量;  $M$ 、 $C$ 、 $K$ 与  $F_{\text{air}}$  分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵与舞动气动力向量。

覆冰偏心作用下的分裂导线单元质量矩阵为:

$$M_e = \sum_{i=1}^n (T_i)^T M_{ei} T_i = \sum_{i=1}^n (T_i)^T \int_0^{l_e} N^T \mu N dx T_i \quad (3)$$

$$\mu = \rho \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & -S_Z \\ 0 & 0 & A & S_Y \\ 0 & -S_Z & S_Y & J \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $\rho$  为导线密度;  $S_Y$  为覆冰导线对  $Y_i$  轴的静矩;  $S_Z$  为覆冰导线对  $Z_i$  轴的静矩;  $x$  代表  $X$  轴方向坐标值;  $l_e$  为单元的长度;  $A$  为裸导线横截面积;  $J$  为极惯性矩; 下角标“e”表示单元;  $N$  为形函数矩阵<sup>[6]</sup>;  $M_{ei}$  为第  $i$  根子导线的单元质量矩阵。

分裂导线单元刚度矩阵  $K_e$  如下式所示:

$$K_e = \sum_{i=1}^n (T_i)^T K_{ei} T_i = \sum_{i=1}^n (T_i)^T (K_{ei}^L + K_{ei}^N + K_{ei}^{\text{ice}}) T_i \quad (5)$$

式中,  $K_{ei}$  为第  $i$  根子导线的单元刚度矩阵;  $K_{ei}^L$  为第  $i$  根子导线的线性单元刚度矩阵:

$$K_{ei}^L = \int_0^{l_e} B^T \begin{bmatrix} EA & 0 \\ 0 & G_0 J \end{bmatrix} B dx \quad (6)$$

$$B = \{B_1 \quad B_2 \quad B_3\} \quad (7)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_s}{\partial x} \frac{\partial N_k}{\partial x} & \frac{\partial y_s}{\partial x} \frac{\partial N_k}{\partial x} & \frac{\partial z_s}{\partial x} \frac{\partial N_k}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $E$  为弹性模量;  $G_0$  为剪切模量;  $x_s$ 、 $y_s$  与  $z_s$  为单元上任意一点在全局坐标系中的坐标值;  $N_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) 为位移插值函数<sup>[6]</sup>。

$K_{ei}^N$  为第  $i$  根子导线的非线性单元刚度矩阵:

$$K_{ei}^N = \int_0^{l_e} O^T T_F O dx \quad (9)$$

$$O = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} m & \frac{\partial N_2}{\partial x} m & \frac{\partial N_3}{\partial x} m \end{bmatrix},$$

$$m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, 矩阵  $O$  的推导方法详见文献[6];  $T_F$  为轴向力。

$K_{ei}^{\text{ice}}$  为第  $i$  根子导线的覆冰单元刚度矩阵:

$$K_{ei}^{\text{ice}} = -g^{\text{ice}} \rho \int_0^{l_e} N^T \text{diag}(0 \quad 0 \quad 0 \quad S_Y) N dx \quad (11)$$

式中,  $g^{\text{ice}}$  为重力加速度。

第  $w$  阶振型对应的广义阻尼  $C_w$  可表示为:

$$C_w = 2\xi_w \omega_w M_w \quad (12)$$

式中,  $\xi_w$  为第  $w$  阶振型对应的阻尼比;  $\omega_w$  为第  $w$  阶

振型的自振频率;  $M_w$  为第  $w$  阶振型对应的广义质量矩阵。

覆冰多分裂导线单元舞动气动力向量  $F_{e,\text{air}}$  为:

$$F_{e,\text{air}} = \sum_{i=1}^n (T_i)^T [F_{ei}^1 \quad F_{ei}^2 \quad F_{ei}^3]^T \quad (13)$$

$$F_{ei}^j = [0 \quad F_{Li}^j(\alpha) \quad F_{Di}^j(\alpha) \quad M_{Mi}^j(\alpha)] \quad (14)$$

式中,  $F_{ei}^j$  为第  $i$  根子导线单元上第  $j$  结点的舞动气动力向量;  $F_{Li}^j$ 、 $F_{Di}^j$  和  $M_{Mi}^j$  分别为第  $i$  根子导线单元第  $j$  结点的升力、阻力和扭矩;  $\alpha$  为覆冰风攻角。

### 1.3 覆冰多分裂输电导线舞动的动态张力计算

通过对式(2)进行动力时程分析, 可求得覆冰多分裂输电导线舞动位移时程, 从而求得输电线任一单元  $e$  在  $t$  时刻的位移向量  $q_e^t$ , 结合单元  $e$  初始位置可求得  $t$  时刻单元  $e$  各结点的坐标, 从而可求得单元  $e$  在  $t$  时刻的长度  $l_e^t$ 。根据下式可得子导线上单元  $e$  在  $t$  时刻舞动的动态张力  $Q(t)$ :

$$Q(t) = \sigma^t A + T_{Fe}^0 = EA \frac{l_e^t - l_e^0}{l_e^0} + T_{Fe}^0 \quad (15)$$

式中,  $T_{Fe}^0$  为子导线上单元  $e$  在静止无风状态时的初始张力;  $l_e^0$  为单元  $e$  的初始长度;  $\sigma^t$  为子导线在  $t$  时刻的单元轴向应力。

## 2 基于概率密度演化法的覆冰多分裂导线舞动的动态张力随机分析

通过对覆冰多分裂导线舞动机理进行分析, 在计算导线舞动的动态张力  $Q(t)$  的有限元过程中, 考虑结构材料、几何参数的不确定性, 选取弹性模量  $E$ 、裸导线横截面积  $A$  作为随机变量; 同时考虑风荷载的不确定性, 选取 10 min 平均年最大风速  $U_b$  与考虑脉动风与水平相关性影响的阵风因子  $G_s$ <sup>[14]</sup> 作为随机变量。记四维随机向量  $\Theta = (E, A, U_b, G_s)$ , 式(2)中的质量矩阵、刚度矩阵、阻尼矩阵与气动力向量都是  $\Theta$  的函数, 则式(2)可表示为:

$$M(\Theta) \ddot{q}_s + C(\Theta) \dot{q}_s + K(\Theta) q_s = F(\Theta) \quad (16)$$

则覆冰导线舞动时的子导线动态张力  $Q$  可表示为  $\Theta$  与时间  $t$  的函数:

$$Q = H_Q(\Theta, t), \quad \dot{Q} = \dot{H}_Q(\Theta, t) \quad (17)$$

式中,  $\dot{Q}$  为  $Q$  的时间变化率(速度);  $H_Q$  表示  $Q$  关于  $\Theta$  与  $t$  的映射关系。

根据概率密度守恒原理与一系列推导可得到广义概率密度方程<sup>[15]</sup>为:

$$\frac{\partial p_{Q\Theta}(q, \theta, t)}{\partial t} + \dot{H}_Q(\theta, t) \frac{\partial p_{Q\Theta}(q, \theta, t)}{\partial q} = 0 \quad (18)$$



式中,  $p_{Q\Theta}(q, \theta, t)$  为  $(Q, \Theta)$  的联合概率密度函数,  $\theta$  为随机向量  $\Theta$  的样本实现。

边界条件与初始条件分别如下式所示:

$$p_{Q\Theta}(q, \theta, t) \Big|_{q \rightarrow \pm\infty} = 0 \quad (19)$$

$$p_{Q\Theta}(q, \theta, t) \Big|_{t=t_0} = \delta(q - q_0) p_{\Theta}(\theta) \quad (20)$$

式中,  $q_0$  为  $q$  的确定性初始值;  $\delta$  为狄拉克函数;  $p_{\Theta}(\theta)$  为联合概率密度函数;  $t_0$  为初始时刻。

求解广义概率密度演化方程式(18)需要借助于有限差分法, 由于采用一阶迎风格式或直接采用具有二阶精度的 Lax-Wendroff 格式求得的结果可能存在较大误差<sup>[15]</sup>, 因此本文采用具有 TVD 性质的有限差分法进行计算, 可以获得概率密度函数  $p_{Q\Theta}(q, \theta, t)$  的数值解。最终可根据下式累加得到  $Q(t)$  的概率密度函数的数值解:

$$p_Q(q, t) = \sum_{r=1}^{n_1} p_{Q\Theta}(q, \theta_r, t) \quad (21)$$

式中,  $n_1$  为样本数。通过对覆冰多分裂导线舞动的动态张力进行随机动力响应分析, 可精确地判断导线舞动时任一点的动态张力变化情况。

### 3 基于概率密度演化法的覆冰多分裂导线舞动可靠度评估

#### 3.1 覆冰多分裂导线舞动时的拉断破坏功能函数

通过上述随机动力分析过程可以得到结构舞动的动态张力的概率密度演化信息。为精细化分析输电导线舞动时的拉断破坏问题, 需对覆冰多分裂导线结构进行舞动时的拉断破坏可靠度评估。输电线路上任一点的张力不能超过其所能承受的计算拉断力, 对于覆冰多分裂导线上的任一点  $e$ , 其舞动可靠度  $R_e$  可表示为:

$$R_e = \Pr\{Q_0 - Q(t) \geq 0, t \in [0, T_R]\} \quad (22)$$

式中,  $Q_0$  为子导线计算拉断力;  $T_R$  表示舞动持续时间。对于首次超越事件的动力可靠度分析, 结合等价极值分布法<sup>[16-17]</sup>, 输电导线舞动时的拉断破坏可靠度  $R$  可表示为:

$$R = \Pr\left\{Q_0 - \max_{t \in [0, T_R]} \left\{ \max_{e \in [0, N_e]} \{Q(t)\} \right\} \geq 0 \right\} \quad (23)$$

式中,  $N_e$  为覆冰多分裂导线离散点数目。

根据式(23), 可构建覆冰多分裂导线舞动时的拉断破坏功能函数:

$$Z = Q_0 - Q_{\max}(E, A, U_b, G_s) = Q_0 - \max_{t \in [0, T_R]} \left\{ \max_{e \in [0, N_e]} \{Q(t)\} \right\} \quad (24)$$

式中,  $Q_{\max}(E, A, U_b, G_s)$  为覆冰导线舞动时子导线动态张力的最大值。

#### 3.2 覆冰多分裂导线舞动可靠度评估的实现流程

基于拉断破坏失效准则的覆冰多分裂导线舞动可靠度评估流程如图 2 所示, 具体流程如下:

步骤 1: 根据式(24), 建立覆冰多分裂输电导线功能函数  $Z$  并确定其随机变量及分布, 记五维随机向量  $\Theta' = (Q_0, E, A, U_b, G_s)$ ;

步骤 2: 采用 GF 偏差点集法<sup>[18]</sup> 进行离散点的选取。在随机向量  $\Theta'$  的分布空间  $\Omega$  中选取  $n_1$  个离散点, 记为  $(\theta'_1, \theta'_2, \dots, \theta'_{n_1})$ , 同时根据下式确定每个代表点的赋得概率, 记为  $(P_1, P_2, \dots, P_{n_1})$ :

$$P_r = \int_{V_r} p_{\Theta'}(\theta'_r) d\theta'_r \quad (25)$$

式中,  $V_r$  为代表性体积,  $r=1, 2, \dots, n_1$ 。

步骤 3: 将每一组离散点  $\theta'_r = (Q_{0,r}, E_r, A_r, U_{b,r}, G_{s,r})$  ( $r=1, 2, \dots, n_1$ ) 代入步骤 1 中构建的舞动功能函数  $Z$ 。由于功能函数  $Z$  不随时间变化, 可构造包含虚拟时间参数  $\tau$  的虚拟随机过程  $G$ :

$$G = W(\Theta', \tau) = Z \cdot \tau \quad (26)$$

步骤 4: 将步骤 3 中确定的每一组虚拟随机过程  $G$  及其时间导数与赋得概率  $P_r$  ( $r=1, 2, \dots, n_1$ ) 代入如下概率密度演化方程并求解, 可以获得联合概率密度函数  $p_{G\Theta'}(g, \theta'_r, \tau)$  的数值解:

$$\frac{\partial p_{G\Theta'}(g, \theta'_r, \tau)}{\partial \tau} + \dot{W}(\theta'_r, \tau) \frac{\partial p_{G\Theta'}(g, \theta'_r, \tau)}{\partial g} = 0 \quad (27)$$

式中,  $g$  表示  $G$  的样本实现。

步骤 5: 将上述求得的  $p_{G\Theta'}(g, \theta'_r, \tau)$  通过下式累加, 即可求得  $p_G(g, \tau)$  的数值解:

$$p_G(g, \tau) = \sum_{r=1}^{n_1} p_{G\Theta'}(g, \theta'_r, \tau) \quad (28)$$

令  $\tau=1$ , 即可求得功能函数  $Z$  的概率密度曲线, 并可进一步求得其失效概率与可靠概率。

## 4 算例分析

#### 4.1 算例概况

本节考察某单跨覆冰四分裂输电导线, 该档导线档距为 400 m, 所处高度为 30 m, 导线规格为 LGJ-400/50, 两端支座高差为 0, 初始垂度为 1%, 子导线初始水平张力为 82.1 kN, 导线其余参数如表 1 所示。导线三分力系数<sup>[1]</sup>与导线覆冰偏角定义如图 3 所示, 图中  $U$  表示风速,  $C_L$ 、 $C_D$  与  $C_M$  分别为升力系数、阻力系数与扭转系数, 风攻角  $\alpha$  与三分力的方向以图 3(a) 所示为正。

根据规范 JTG/T D60-01—2004<sup>[19]</sup> 取 100 年重现期基本风速 24 m/s, 10 min 平均年最大风速  $U_b$  均值经计算为 17.39 m/s, 变异系数取为 0.2<sup>[14]</sup>; 地面粗糙度为 B 类, 阵风因子  $G_s$  可以假定服从正态分布<sup>[14]</sup>,

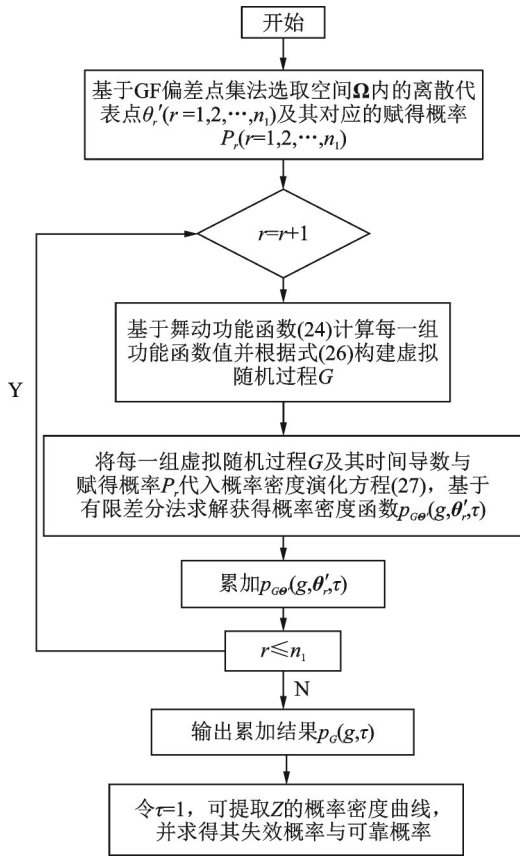


图 2 覆冰多分裂输电导线舞动可靠度求解流程  
Fig. 2 Process for solving the galloping reliability of ice-covered multi-split transmission lines

表 1 舞动算例参数

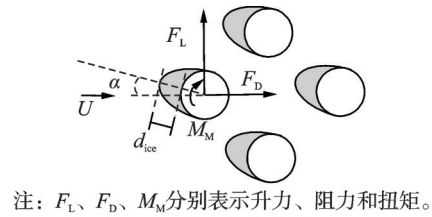
Tab. 1 Galloping example parameters

符号	物理意义	单位	数据
$d$	裸导线直径	mm	27.6
$G_o J$	抗扭刚度	$N \cdot m^2 / rad$	159
$d_{ice}$	覆冰厚度	mm	12
$m$	单位长度质量	kg/m	1.51
$m_{ice}$	单位长度冰重	kg/m	0.18
$\xi_Y$	竖向阻尼比	—	$0.45 \times 10^{-2}$
$\xi_\theta$	扭转向阻尼比	—	$1.42 \times 10^{-2}$
$I_m$	质量惯性矩	$kg \cdot m$	$4.13 \times 10^{-4}$
$e_Y$	竖向偏心	mm	0
$e_Z$	侧向偏心	mm	1.75
$b_i, h_i$	分裂间距	m	0.225

其均值根据规范 JTG/T D60-01—2004<sup>[19]</sup>表 6.3.8 取值为 1.29, 变异系数取为 0.1; 子导线计算拉断力服从对数正态分布, 均值系数为 1.081, 变异系数为 0.093<sup>[20]</sup>; 上述随机变量分布类型及参数详见表 2。

#### 4.2 舞动有限元模型验证及动态张力计算

文献[1]对该跨输电导线舞动响应进行了分析。为考察本文所建立的舞动有限元模型的正确性, 本节选取与文献[1]中相同的工况进行动力时程分析,



注:  $F_L$ 、 $F_D$ 、 $M_M$  分别表示升力、阻力和扭矩。

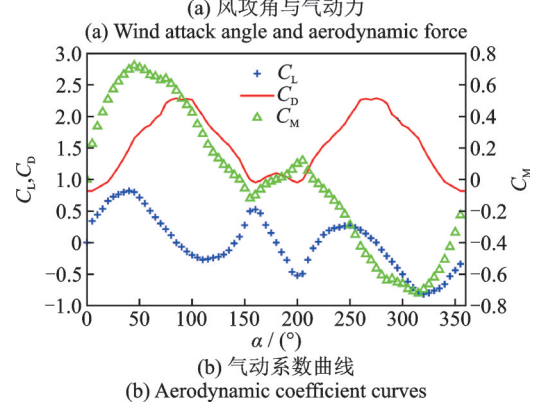


图 3 覆冰四分裂输电导线气动特性

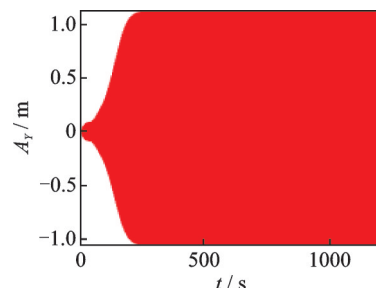
Fig. 3 Aerodynamic characteristics of ice-covered four-split transmission lines

表 2 随机变量参数

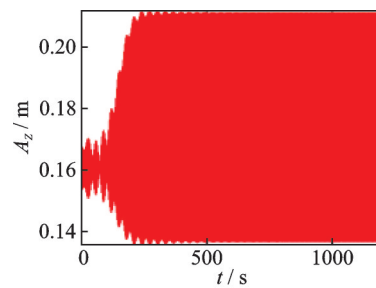
Tab. 2 Random variable parameters

随机变量	分布	均值	变异系数
计算拉断力 $Q_o/kN$	对数正态	133.40	0.093
阵风因子 $G_s$	正态分布	1.29	0.100
10 min 平均年最大风速 $U_b/(m \cdot s^{-1})$	极值 I 型	17.39	0.200
弹性模量 $E/GPa$	正态分布	69.00	0.050
裸导线横截面积 $A/mm^2$	对数正态	453.62	0.050

即初始风攻角为  $180^\circ$ , 风速为 6 m/s, 初始垂度为 1%, 其中弹性模量  $E$  与裸导线横截面积  $A$  均取均值。跨中位置竖向、侧向与扭转位移时程如图 4 所示, 导线在进入周期性舞动后跨中位置的竖向、侧向



(a) 竖向位移  
(a) Vertical displacement



(b) 侧向位移  
(b) Lateral displacement

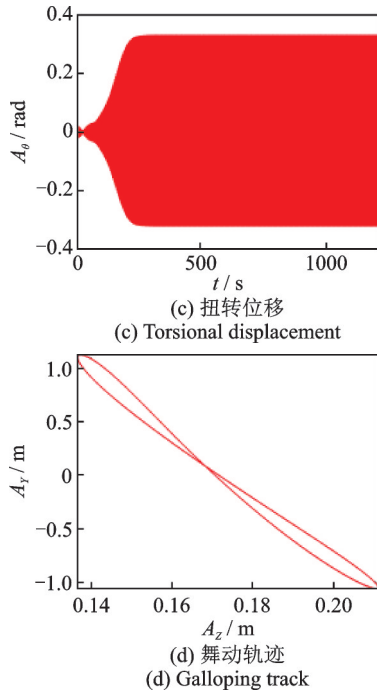


图4 输电导线跨中舞动时程

Fig. 4 Galloping time-history at mid-span of the transmission lines

与扭转位移曲线的振幅与文献[1]中使用索单元模型计算的结果如表3所示,计算误差均低于3%,证明了本文所建立舞动模型的准确性。

表3 导线形成周期性舞动后跨中位置响应振幅对比

Tab.3 Comparison of mid-span position response amplitude after periodic galloping of transmission lines

振幅类型	文献[1]	本文	误差/%
竖向/m	1.130	1.099	-2.74
侧向/m	0.038	0.037	-2.63
扭转/rad	0.325	0.324	-0.31

初始风攻角为180°,风速调整为17.39 m/s,根据式(15)可计算得到该跨覆冰四分裂导线舞动时跨中位置在0~400 s内的子导线动态张力Q(t),如图5所示。

该跨覆冰导线舞动时子导线跨中位置的动态张力Q在t=100 s后随时间呈周期性动态变化。动态

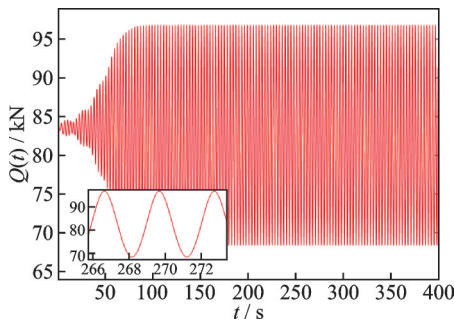


图5 导线跨中舞动的动态张力时程

Fig. 5 Galloping dynamic tension time-history at mid-span of transmission lines

张力最大值为96.8 kN,最小值为68.4 kN,动态张力最大值达到导线初始张力的119.2%,动态张力最大值与最小值的差值为导线初始张力的35.0%,可见舞动对导线张力的影响是显著的。

4.3 导线舞动的动态张力随机分析

本节以180°初始风攻角的工况为例,基于概率密度演化法对该跨四分裂导线舞动时的子导线动态张力进行随机动力响应分析。采用GF偏差点集法对影响导线舞动的动态张力的四维随机向量Θ=(E, A, U<sub>b</sub>, G<sub>s</sub>)进行选点,选取400组样本值考察t∈[0 s, 200 s]时间段内子导线舞动的动态张力。同时将蒙特卡罗法(MCM)作为校核方法进行该跨导线舞动的动态张力随机分析。本文采用随机动力响应研究中普遍采用的10000次<sup>[21]</sup>蒙特卡罗抽样计算结果与概率密度演化法进行对比验证。图6为导线跨中位置舞动的子导线动态张力均值与标准差曲线。从图6可以看出采用概率密度演化法求得的均值与标准差和采用蒙特卡罗法求得的结果接近,同时本文方法调用有限元次数仅为MCM法的4%,说明了本文方法的准确性与高效性。

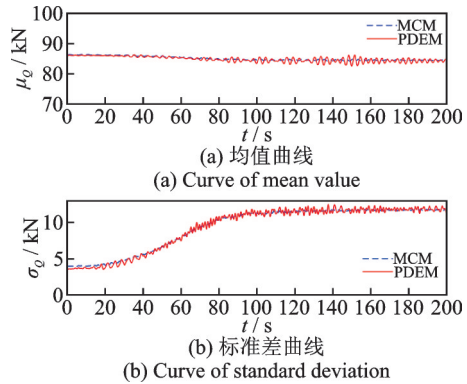


图6 均值曲线与标准差曲线对比图

Fig. 6 Comparison of mean curve and standard deviation curve

图7和8为t∈[50 s, 180 s]内的导线跨中位置舞动的动态张力概率密度演化曲面与等概率密度线。结合图6~8,当t∈[50 s, 100 s]时,该跨覆冰导线舞动未到达稳定状态,随着舞动响应幅值不断增加,概率密度曲面峰值降低,分布区间增大,呈现由单峰向双峰的演化趋势,对应图6(b)中的标准差随时间增加而增加,但均值曲线保持稳定;当t>100 s,该跨覆冰导线已进入稳定舞动状态,均值与标准差曲线均接近稳定,概率密度曲面分布区间为Q∈[60 kN, 110 kN],演化曲面呈现出双峰的形状,等概率密度线显示出双峰位于Q=73 kN与Q=95 kN附近。由于本文考虑结构自身与风荷载的随机性,随机动态张力随着导线舞动的进行呈现出由单模态向多模态的变化,在进入稳定舞动阶段后随机动态张力受



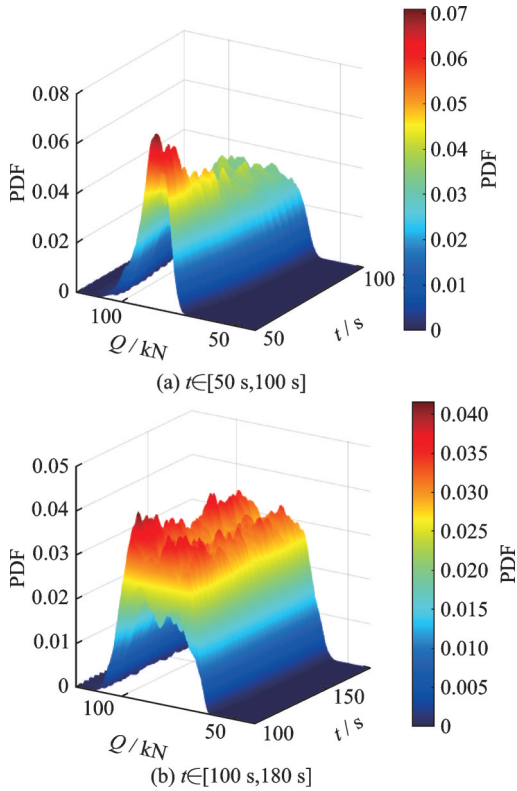


图 7 导线跨中舞动的动态张力的概率密度演化曲面  
Fig. 7 Probability density evolution surface of galloping dynamic tension at mid-span of transmission lines

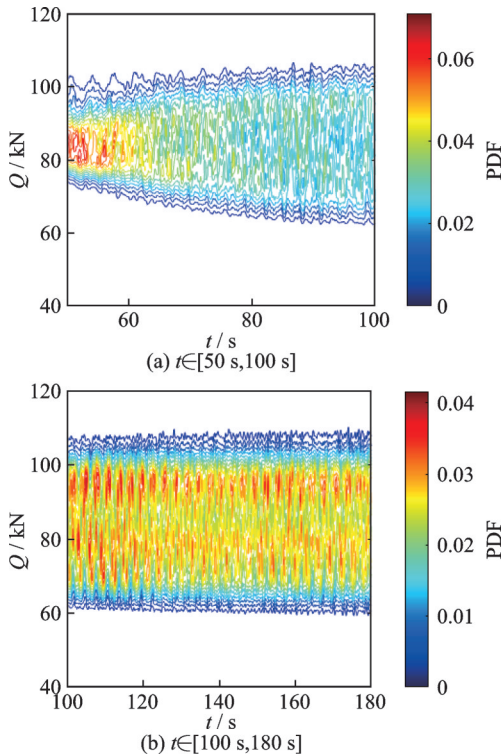


图 8 导线跨中舞动的动态张力的等概率密度线  
Fig. 8 Equal probability density lines of galloping dynamic tension at mid-span of transmission lines

多模态共同影响。因此概率密度演化曲面随着舞动逐渐进入稳定阶段,呈现出由单峰向双峰的演化过程,概率密度演化法能够准确地展示该跨导线舞动时跨中位置的子导线动态张力演化过程。

#### 4.4 导线舞动时的拉断破坏可靠度分析

根据式(24),本节选取五维随机向量  $\theta'=(Q_0, E, A, U_b, G_s)$ ,通过 GF 偏差点集法生成 400 组样本,根据式(26)构造虚拟随机过程  $G$  并求解,其概率密度演化曲面如图 9 所示。提取  $\tau=1$  时刻的曲线即为本节所求  $180^\circ$  初始风攻角工况功能函数  $Z$  的 PDF 曲线,如图 10(a)所示,CDF 曲线如图 10(b)所示。

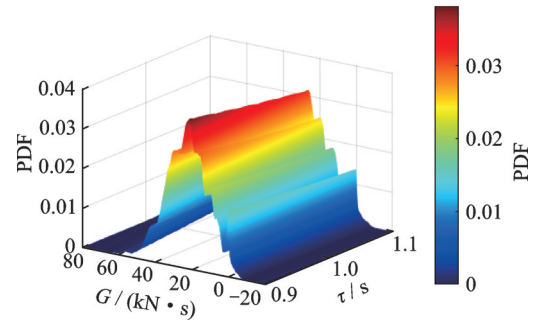


图 9 虚拟随机过程  $G$  的概率密度演化曲面  
Fig. 9 Probability density evolution surface of virtual stochastic process  $G$

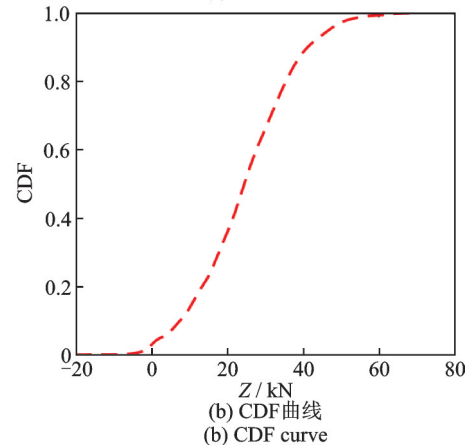
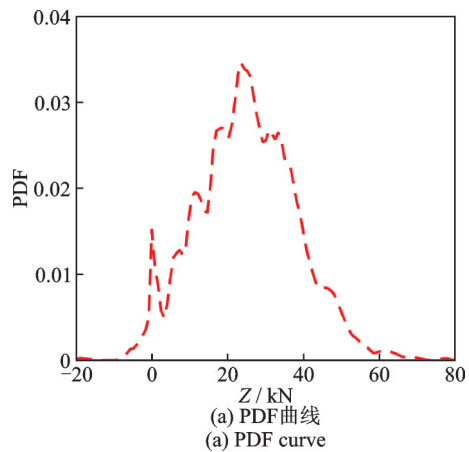


图 10 功能函数  $Z$  的概率密度信息  
Fig. 10 The probability density information of function  $Z$

根据式(23),当  $Z$  小于零时,表明该跨覆冰导线中的子导线舞动张力最大值已超过自身允许的计算拉断力,此时导线受拉破坏。由图 10 可计算得到该四分导线失效概率为 0.0169,可靠概率为 0.9831。

输电线路的垂度通常大于1%<sup>[1]</sup>,针对导线初始垂度为1.0%、1.5%、2.0%、2.5%与3.0%五种情况分别进行导线舞动时的拉断破坏可靠度分析。各初始垂度对应的概率密度曲线如图11所示,其PDF峰值在初始垂度1.0%~2.5%之间随初始垂度增加而下降,在初始垂度2.5%~3.0%之间略有上升;初始垂度由1.0%增加至1.5%,PDF曲线出现明显的右移;初始垂度由1.5%增加至2.0%,PDF曲线分布区间变化并不明显;当初始垂度达到2.5%,PDF分布区间开始左移,离散性增加;而初始垂度由2.5%增加至3.0%,PDF曲线再次开始右移,峰值略有增加。

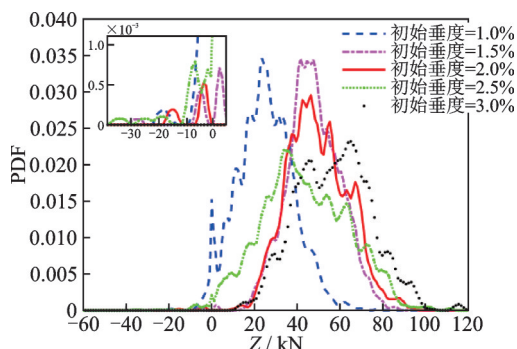


图 11 不同初始垂度对应的 PDF 曲线

Fig. 11 PDF curves corresponding to different initial sags

表4为不同初始垂度下导线舞动时的拉断破坏可靠度对比。结合图11与表4可知,导线静止无风时的初始垂度对导线舞动时的拉断破坏可靠概率影响显著。当导线为最小初始垂度(1%)时,导线初始水平张力最大,达到其计算拉断力 $Q_0$ 均值的61.5%,导致导线舞动时的拉断破坏可靠概率最低。随着初始垂度增加至1.5%,导线初始水平张力下降到 $Q_0$ 均值的41.4%,导线舞动时更不易达到拉断破坏状态。当初始垂度增加至2%与2.5%,初始水平张力分别下降为 $Q_0$ 均值的30.1%与24.7%,但导线位移幅值随着导线初始水平张力的减小而增大,从而导致动态张力幅值的增加,使得该导线在初始垂度1.5%~2.5%时可靠概率呈现下降趋势;而当初始垂度增加至3%时,初始水平张力仅占 $Q_0$ 均值的20.8%,此时导线可靠概率再次上升。

覆冰输电导线的初始风攻角会随着冰风气候条

表 4 不同初始垂度下导线舞动时的拉断破坏可靠度对比

Tab. 4 Comparison of tensile failure reliability of transmission lines galloping under different initial sags

初始垂度	初始水平张力/kN	失效概率	可靠概率
1.0%	82.1	0.0169	0.9831
1.5%	55.2	0.0018	0.9982
2.0%	41.2	0.0026	0.9974
2.5%	33.0	0.0073	0.9927
3.0%	27.7	0	1

件的变化而发生偏转,存在一定的变化范围。选取初始垂度为1%与2%,初始风攻角 $\alpha_0$ 为 $0^\circ\sim 180^\circ$ ,每 $20^\circ$ 为一个工况,每一组工况抽取400组样本,计算该覆冰四分裂导线舞动时的拉断破坏失效概率与可靠概率,结果如表5所示。

表 5 不同初始风攻角下导线拉断破坏可靠度对比

Tab. 5 Comparison of tensile failure reliability of transmission lines of different initial wind attack angles

$\alpha_0/(^\circ)$	初始垂度1%		初始垂度2%	
	失效概率	可靠概率	失效概率	可靠概率
0	0.0120	0.9880	0.0117	0.9883
20	0.3240	0.6760	0.1748	0.8252
40	0.7336	0.2664	0.4811	0.5189
60	0.1829	0.8171	0.0343	0.9657
80	0.0703	0.9297	0.0028	0.9972
100	0.1381	0.8169	0.0007	0.9993
120	0.1783	0.8217	0.0012	0.9988
140	0.1209	0.8791	0.0007	0.9993
160	0.0301	0.9699	0.0173	0.9827
180	0.0169	0.9831	0.0026	0.9974

如表5所示,以初始垂度2%为例,该跨覆冰四分裂输电导线初始风攻角 $0^\circ\sim 180^\circ$ 范围内,初始风攻角为 $20^\circ\sim 60^\circ$ 对应的失效概率较高,表明该跨输电导线在上述攻角下受舞动影响,导线动态张力的最大值易达到其计算拉断力;该跨覆冰四分裂导线在不同初始垂度下的失效概率随初始风攻角的变化规律相似,初始垂度由1%增大到2%可降低绝大多数初始风攻角工况下的失效概率。

为进一步研究该跨覆冰导线在初始风攻角 $20^\circ\sim 60^\circ$ 时对应的拉断破坏失效概率与可靠概率,在初始风攻角 $20^\circ\sim 60^\circ$ 中,每 $5^\circ$ 为一个工况进行可靠度计算,计算结果列于表6。该跨覆冰导线在不同垂

表 6 初始风攻角 $20^\circ\sim 60^\circ$ 下导线拉断破坏可靠度对比

Tab. 6 Comparison of tensile failure reliability of transmission lines with initial wind attack angles of  $20^\circ\sim 60^\circ$

$\alpha_0/(^\circ)$	初始垂度1%		初始垂度2%	
	失效概率	可靠概率	失效概率	可靠概率
20	0.3240	0.6760	0.1748	0.8252
25	0.4804	0.5196	0.1629	0.8371
30	0.5426	0.4574	0.2609	0.7391
35	0.6472	0.3528	0.3115	0.6885
40	0.7336	0.2664	0.4811	0.5189
45	0.7705	0.2295	0.4866	0.5134
50	0.7732	0.2268	0.4024	0.5976
55	0.6444	0.3556	0.0384	0.9616
60	0.1829	0.8171	0.0343	0.9657



度时最高失效概率对应的初始风攻角接近,当初始垂度为1%时,最高失效概率出现在初始风攻角 $50^\circ$ 附近,而初始垂度2%时最高失效概率对应的初始风攻角为 $45^\circ$ 左右。

## 5 结 论

本文针对覆冰多分裂输电导线舞动问题提出了一种基于概率密度演化法的导线舞动的动态张力随机分析与可靠度评估方法,并进行了某单跨覆冰四分裂输电导线随机响应分析与拉断破坏可靠度计算。可得出主要结论如下:

(1) 结合三结点索单元的覆冰多分裂输电导线有限元模型和概率密度演化法建立了覆冰多分裂输电导线舞动的动态张力随机动力响应分析框架。

(2) 给出了基于拉断破坏失效准则的覆冰多分裂输电导线舞动功能函数并发展了舞动动力可靠度分析方法。

(3) 所验证导线的随机动力响应分析结果与MCM法较吻合,而调用有限元的次数仅为MCM法的4%,由于导线随机动态张力在进入稳定舞动阶段后受多模态共同影响,其概率密度演化曲面随着舞动进入稳定阶段由单峰变为双峰。

(4) 初始垂度对导线舞动时的拉断破坏可靠度的影响显著,导线舞动时的拉断破坏可靠概率随着初始垂度的增加未呈现单调增加的趋势,需综合考虑初始垂度变化对应的初始水平张力变化与导线舞动导致的张力变化。

(5) 初始风攻角对导线舞动时的拉断破坏可靠度的影响较大,本文算例在初始风攻角 $0^\circ\sim 180^\circ$ 工况中失效概率最高的初始风攻角范围为 $20^\circ\sim 60^\circ$ ,初始垂度为1%与2%时最高失效概率对应的初始风攻角接近。

### 参考文献:

[1] YAN Z T, SAVORY E, LI Z L, et al. Galloping of iced quad-conductors bundles based on curved beam theory[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(6): 1657-1670.

[2] 蒋兴良, 张志劲, 胡琴, 等. 再次面临电网冰雪灾害的反思与思考[J]. 高电压技术, 2018, 44(2): 463-469.

JIANG Xingliang, ZHANG Zhijin, HU Qin, et al. Thinkings on the restrrike of ice and snow disaster to the power grid[J]. High Voltage Engineering, 2018, 44(2): 463-469.

[3] DEN HARTOG J P. Mechanical Vibration[M]. 4th ed. New York: Mcgraw-Hill, 1956.

[4] NIGOL O, BUCHAN P G. Conductor galloping part

I -Den Hartog mechanism[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981, PAS-100(2): 699-707.

[5] NIGOL O, BUCHAN P G. Conductor galloping-Part II torsional mechanism[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981, PAS-100(2): 708-720.

[6] DESAI Y M, YU P, POPPLEWELL N, et al. Finite element modelling of transmission line galloping[J]. Computers & Structures, 1995, 57(3): 407-420.

[7] 晏致涛, 李正良, 杨振华. 基于结点6自由度的输电导线舞动有限元分析[J]. 振动与冲击, 2011, 30(8): 112-117.

YAN Zhitao, LI Zhengliang, YANG Zhenhua, Finite element modeling of transmission line galloping based on 6-DOFs nodes[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(8): 112-117.

[8] 霍冰, 刘习军, 张素侠. 相邻档距作用下覆冰导线舞动的复杂运动响应[J]. 工程力学, 2016, 33(5): 249-256.

HUO Bing, LIU Xijun, ZHANG Suxia, Complex response of galloping for an iced transmission line considering excitation of adjacent span[J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(5): 249-256.

[9] CHEN J, SUN G, GUO X, et al. Galloping behaviors of ice-coated conductors under steady, unsteady and stochastic wind fields[J]. Cold Regions Science and Technology, 2022, 200: 103583.

[10] 王少华, 蒋兴良, 孙才新. 覆冰导线舞动特性及其引起的导线动态张力[J]. 电工技术学报, 2010, 25(1): 159-166.

WANG Shaohua, JIANG Xingliang, SUN Caixin. Characteristics of icing conductor galloping and induced tensile force of the conductor[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(1): 159-166.

[11] 刘操兰, 朱宽军, 刘彬, 等. 覆冰导线舞动的动态张力研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(5): 82-86.

LIU Caolan, ZHU Kuanjun, LIU Bin, et al. Dynamic tension of iced conductor galloping[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(5): 82-86.

[12] 杨晓辉, 张博, 杨威, 等. 500 kV六分裂导线舞动时的动张力变化特征[J]. 上海交通大学学报, 2014, 48(9): 1218-1224.

YANG Xiaohui, ZHANG Bo, YANG Wei, et al. Characteristics of conductor dynamic tension during galloping for 500 kV power transmission line with 6-bundle [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2014, 48(9): 1218-1224.

[13] 闵光云, 刘小会, 孙测世, 等. 动张力简化方法对输电线舞动的影响研究[J]. 应用力学学报, 2020, 37(4): 1717-1723.

MIN Guangyun, LIU Xiaohui, SUN Ceshi, et al. Study on the influence of simplification method of dynamic tension on the galloping of transmission line[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2020, 37(4):

- 1717-1723.
- [14] 周峥, 葛耀君, 杜柏松. 桥梁颤振概率性评价的随机有限元法[J]. 工程力学, 2007, 24(2): 98-104.  
ZHOU Zheng, GE Yaojun, DU Baisong. Probabilistic assessment of bridge flutter based on stochastic finite element method[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(2): 98-104.
- [15] 陈建兵, 李杰. 非线性随机结构动力可靠度的密度演化方法[J]. 力学学报, 2004, 36(2): 196-201.  
CHEN Jianbing, LI Jie. The probability density evolution method for dynamic reliability assessment of nonlinear stochastic structures[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2004, 36(2): 196-201.
- [16] CHEN J B, LI J. The extreme value distribution and dynamic reliability analysis of nonlinear structures with uncertain parameters[J]. Structural Safety, 2007, 29(2): 77-93.
- [17] SONG P, WANG T, LU D. Structural global reliability assessment considering nonlinear correlation effects by enhanced high-order moment method[J]. Acta Mechanica Sinica, 2023, 39(4): 722356.
- [18] 陈建兵, 张圣涵. 非均匀随机参数结构非线性响应的概率密度演化[J]. 力学学报, 2014, 46(1): 136-144.  
CHEN Jianbing, ZHANG Shenghan. Probability density evolution analysis of nonlinear response of structures with non-uniform random parameters[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(1): 136-144.
- [19] 中交公路规划设计院. 公路桥梁抗风设计规范: JTG/T D60-01—2004[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.  
CCCC Highway Consultants Co., Ltd. Code for wind resistance design of highway bridges: JTG/T D60-01—2004[S]. Beijing: China Communication Press, 2004.
- [20] 史天如, 胡丹晖, 周学明, 等. 冰风组合下输电线路塔线结构可靠度分析[J]. 南方电网技术, 2019, 13(10): 81-86.  
SHI Tianru, HU Danhui, ZHOU Xueming, et al. Reliability analysis of tower-line structure of transmission line under combined ice-wind condition[J]. Southern Power System Technology, 2019, 13(10): 81-86.
- [21] 王磊, 谭平, 赵卿卿. 随机结构-TMD优化设计与概率密度演化研究[J]. 振动工程学报, 2015, 28(2): 285-290.  
WANG Lei, TAN Ping, ZHAO Qingqing. Optimal design and probability density evolution analysis of tuned mass damper for stochastic structure[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28(2): 285-290.

第一作者: 李正良(1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。

E-mail: lizhengl@hotmail.com

通信作者: 王涛(1993—), 男, 博士, 博士后。

E-mail: taowang@alu.cqu.edu.cn