

多自由度体系的动力放大系数解析研究

张超, 周桢干, 赖志超, 付馨迪, 杨晓强

(福州大学土木工程学院, 福建 福州 350108)

摘要: 在结构动力冲击响应分析中, 通常采用动力放大系数(DAF)简化计算结构的动力响应。但是, 目前工程结构中对 DAF 的取值还存在争议。针对此问题, 本文推导了多自由度(MDOF)体系的 DAF 解析表达式, 分析了 DAF 大于 2.0 的前提条件; 分别通过单自由度(SDOF)体系和 MDOF 体系算例模型验证了解析表达式的准确性, 解释了 MDOF 体系的 DAF 大于 2.0 的原因。基于所提出的 DAF 解析表达式分析了张弦梁剩余结构在断索冲击作用下的 DAF 分布规律。分析结果表明: 当某一阶模态振型的分量与静力响应值反向时, 张弦梁的 DAF 可能会大于 2.0; 即使在有阻尼情况下, 张弦梁的 DAF 也可能大于 2.0。

关键词: 多自由度体系; 张弦梁; 动力放大系数; 断索冲击

中图分类号: TU311.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)03-0550-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.03.011

Analytical research on dynamic amplification factor of multi-degree-of-freedom system

ZHANG Chao, ZHOU Zhengan, LAI Zhichao, FU Xindi, YANG Xiaoqiang

(College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: In the dynamic impact response analysis of the structure, the dynamic amplification factor (DAF) is usually used to simplify the calculation of the dynamic response of the structure. However, the size of DAF in engineering structures is still controversial. In order to solve this problem, the analytical expression of DAF of multi-degree-of-freedom system (MDOF) is derived in this paper, and the precondition of DAF greater than 2.0 is analyzed. The accuracy of the analytical expression is verified by the single-degree-of-freedom (SDOF) and MDOF example models, and the reason why the DAF of the MDOF is greater than 2.0 is explained. Finally, based on the DAF analytical method proposed in this paper, the DAF distribution law of beam string under cable breaking impact is analyzed. The analysis results show that when the contribution of a first-order modal shape is opposite to the static response, the DAF of the beam string may be greater than 2.0. Even for the damping system, the DAF of the beam string may be greater than 2.0.

Keywords: multi-degree-of-freedom system; string beam; dynamic amplification factor; cable breakage shock

在索支撑结构体系中, 拉索是最重要的受力构件之一^[1-2]。服役过程中, 拉索可能会发生断裂, 瞬间产生显著的冲击作用, 引起结构体系的动力响应^[3]。目前, 一般采用动力时程分析方法分析断索冲击下的结构动力响应^[4-5]。但是, 动力时程分析方法操作复杂, 计算量大, 所以实际工程中更多地采用荷载动力放大系数(dynamic amplification factor, DAF)将荷载放大后进行静力分析^[6]。因此, DAF 的取值大小对于结构响应分析非常关键。各国的行业规范对 DAF 的取值有相关规定: 美国总务管理局

(General Services Administration, GSA)^[7]和国防部(Department of Defense, DOD)^[8]分别颁布的结构抗连续倒塌的设计规程均建议 DAF 取为 2.0; 中国《建筑结构抗倒塌设计标准》(T/CECS 392—2021)^[9]也规定, 采用线性静力方法计算时, 结构的 DAF 取为 2.0; 欧盟规范^[10]则建议, 在瞬时荷载作用下, 结构的 DAF 取为 1.5。

在实际工程研究中, 学者们开展的构件瞬间失效作用下的结构动力响应分析结果表明: 不同类型结构的动力放大系数取值范围变化非常大, 有些响

应的动力放大系数甚至会远大于2.0。AOKI等^[11-12]研究了不同构件的失效时间和结构阻尼比等因素对斜拉桥断索冲击的动力响应的影响,结果表明GSA建议的 DAF 取值(2.0)偏大。MOZOS等^[13-14]进行了斜拉索断索冲击作用下主梁和桥塔的动力响应分析,研究表明,即使考虑阻尼影响,主梁各位置的平均 DAF 也超过了2.0;对于斜拉桥的桥塔, DAF 极值甚至达到了22.2,GSA规定的 DAF 取为2.0不能保证断索冲击作用下斜拉桥的安全。胡晓斌等^[15]研究了平面框架连续倒塌的动力放大效应,得出结构的 DAF 大小与结构的需求能力比 RDC (RDC 定义为剩余结构上的竖向分布荷载与剩余结构极限竖向分布荷载的比值)有关,并随着 RDC 的增大而增大,所以规范规定的 DAF 取为2.0有可能偏小。ZHANG等^[16-18]研究了多自由度(MDOF)结构体系在阶跃荷载作用下的动力响应,结果表明,MDOF体系中非荷载加载点的 DAF 有可能超过2.0。以上研究基本是从数值分析的角度出发,得到了不同结构形式以及不同参数影响下结构 DAF 大于2.0或小于2.0的结果,但未能从理论层面解释原因。

目前,已有一些学者从理论解析方面开展了结构 DAF 取值的初步探索工作。文献[19-20]分别研究了基于应力比值法和初始条件法的张弦结构的 DAF 变化规律。田黎敏等^[21]通过理论研究揭示了大跨单层空间网格结构线弹性阶段和弹塑性阶段的动力放大原理,给出了此类结构的 DAF 设计建议值。文献[22]通过求解微分方程,推导了斜拉索断索情况下 DAF 的近似函数,阐述了斜拉索断索冲击下 DAF 的变化规律。RUIZ-TERAN等^[23]研究了斜拉桥断索引起的 DAF 变化规律,证明了断索冲击作用下斜拉桥的 DAF 有可能大于2.0。可见,已有研究在一定程度上揭示了相应结构体系的 DAF 的变化或分布规律。

为研究MDOF体系在动力冲击作用下的放大效应,本文拟从动力学方程出发,推导MDOF体系的 DAF 的解析表达式;结合解析方程和算例结果阐释MDOF体系的 DAF 分布规律;采用本文所提出的解析表达式分析张弦梁瞬时失效作用下的结构动力放大系数的响应规律。

1 多自由度体系动力放大系数

结构动力学中关于动力放大系数 DAF 的定义为^[24]:动力荷载 $p(t)$ 作用下得到的动力位移幅值 u_d 与静力荷载 p 作用下的静力位移 u_{st} 的比值。 DAF

的表达式如下:

$$DAF = \frac{u_d}{u_{st}} \quad (1)$$

1.1 单自由度体系动力放大系数解析式

对于无阻尼($\zeta=0$)体系,阶跃荷载 $p(t)=P_0$ 作用下单自由度(SDOF)体系的微分方程为:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (2)$$

式中, m 为质量; k 为刚度。

可以求得位移 $u(t)$:

$$u(t) = \frac{P_0}{k} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{P_0}{k} = \frac{P_0}{k} (1 - \cos \frac{2\pi}{T} t) \quad (3)$$

式中, ω 为体系的固有振动圆频率; T 为体系的固有周期。

SDOF体系在荷载 P_0 作用下的静力位移 u_{st} 为:

$$u_{st} = \frac{P_0}{k} \quad (4)$$

于是,计算得到SDOF体系的动力放大系数 DAF 表达式为:

$$DAF = \frac{u_d}{u_{st}} = \frac{u(t)}{u_{st}} = 1 - \cos(\frac{2\pi}{T} t) \quad (5)$$

由式(5)可知,当 $t=T/2$ 时,动力放大系数 DAF 达到最大值2.0。

1.2 多自由度体系动力放大系数解析式

对于 N 个自由度的结构体系,结构的运动微分方程为:

$$m\ddot{\mathbf{u}}(t) + c\dot{\mathbf{u}}(t) + k\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (6)$$

式中, \mathbf{m} 、 \mathbf{c} 和 \mathbf{k} 分别表示MDOF体系的 N 阶质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{p}(t)$ 表示外力向量。

将位移向量 $\mathbf{u}(t)$ 按振型向量形式展开,得到:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{u}_n = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n y_n(t) = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{Y}(t) \quad (7)$$

式中, \mathbf{u}_n 表示第 n 阶振型的位移向量; $\boldsymbol{\phi}_n$ 表示第 n 阶振型向量; y_n 为标量乘子,又为振型幅值; \mathbf{Y} 为振型坐标向量; $\boldsymbol{\Phi}$ 为振型矩阵。

当阻尼采用瑞利阻尼形式,且假定为比例阻尼时,通过主坐标变换,可得第 n 阶振型的运动微分方程为:

$$M_n \ddot{y}_n(t) + C_n \dot{y}_n(t) + K_n y_n(t) = p_n(t) \quad (8)$$

其中, $M_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n$, $C_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_n$, $K_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_n$, $p_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t)$ 。

第 n 阶振型贡献的动力响应 $\mathbf{u}_n(t)$ 为:

$$\mathbf{u}_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n y_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n y_{n,st} DAF_n(t) = \mathbf{u}_{n,st} DAF_n(t) \quad (9)$$

式中, $y_n(t)$ 为第 n 阶模态的振型幅值; $y_{n,st}(t)$ 为第 n 阶模态对应的静力振型分量; $DAF_n(t)$ 为第 n 阶模态振型对应的 DAF ; $\mathbf{u}_{n,st}$ 为第 n 阶振型贡献的静力位移。

于是, 基于振型线性叠加原理, MDOF 体系的位移向量 $\mathbf{u}(t)$ 可以由各阶振型响应叠加求得:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{u}_{n,st} DAF_n(t) \quad (10)$$

因此, MDOF 体系的 DAF 计算式为:

$$DAF(t) = \frac{\mathbf{u}(t)}{\sum_{n=1}^N \mathbf{u}_{n,st}} = \frac{\sum_{n=1}^N \mathbf{u}_n(t)}{\sum_{n=1}^N \mathbf{u}_{n,st}} = \frac{\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{u}_2(t) + \dots + \mathbf{u}_N(t)}{\mathbf{u}_{1,st} + \mathbf{u}_{2,st} + \dots + \mathbf{u}_{N,st}} = \frac{DAF_1(t) - \sum_{n=2}^N \frac{\mathbf{u}_{n,st} [DAF_1(t) - DAF_n(t)]}{\mathbf{u}_{st}}}{1} \quad (11)$$

由 SDOF 体系的 DAF 取值规律可知, 第 n 阶振型的放大系数 DAF_n 的取值范围为 $[0, 2]$ 。若 $t=t_1$, $DAF_1(t)$ 达到最大值 2.0, 式(11)可以写成:

$$DAF(t_1) = 2.0 - \sum_{n=2}^N \frac{\mathbf{u}_{n,st}}{\mathbf{u}_{st}} [2.0 - DAF_n(t_1)] \quad (12)$$

由式(12)可知, 当 $\sum_{n=2}^N \frac{\mathbf{u}_{n,st}}{\mathbf{u}_{st}} [2.0 - DAF_n(t_1)] > 0$ 时, $DAF \leq 2.0$; 相反, 当 $\sum_{n=2}^N \frac{\mathbf{u}_{n,st}}{\mathbf{u}_{st}} [2.0 - DAF_n(t_1)] < 0$ 时, DAF 则会大于 2.0。由于 $2.0 - DAF_n(t_1)$ 项不小于 0, 所以 DAF 大于 2.0 的前提条件是 $\mathbf{u}_{n,st}/\mathbf{u}_{st} < 0$ 。

为了进一步说明问题, 本节以 2 自由度体系 ($N=2$) 为例进一步阐释。对于 2 自由度体系, 式(12)可简化为:

$$DAF(t_1) = 2.0 - \frac{\mathbf{u}_{2,st}}{\mathbf{u}_{st}} [2.0 - DAF_2(t_1)] \quad (13)$$

由于 $2.0 - DAF_2(t_1)$ 总是不小于 0, 所以, 当 $\mathbf{u}_{2,st}/\mathbf{u}_{st} < 0$ 时 (第 2 阶模态对应的振型分量与静力位移的比值), $DAF(t_1)$ 则会大于 2.0。即 $DAF(t_1) > 2.0$ 的前提条件是 $\mathbf{u}_{2,st}/\mathbf{u}_{st} < 0$ 。因此, 对于 MDOF 体系而言, 当存在模态振型分量与体系静力响应值反向时, MDOF 体系的 DAF 将可能大于 2.0。即“模态振型分量与体系静力响应值反向”是“ DAF 大于 2.0”的必要条件。

需要说明的是, 本节公式推导仅针对无阻尼体系, 由于阻尼作用会对结构动力响应有不同程度的抑制作用, 因而阻尼体系的 DAF 会相应减小。

2 典型多自由度体系动力放大系数的解析计算

基于上节推导的计算公式, 本节结合 SDOF 体系和 MDOF 体系的简支梁算例, 进一步阐释 MDOF 体系中动力放大系数的影响机理。本节首先采用上节推导的 MDOF 体系动力放大系数计算公式进行解析求解, 后文称为 AM 法 (analytical method)。其次, 为验证解析法的计算结果, 同时与数值法 (numerical method, NM) 计算结果进行比较 (数值法结果采用直接积分法进行动力时程分析得到)。

2.1 模型算例介绍

本节算例中简支梁的长度 $L=4$ m, 弹性模量 $E=200$ GPa, 梁截面面积 $A=1.232 \times 10^{-3}$ m², 惯性矩 $I=1.481 \times 10^{-6}$ m⁴, 屈服强度 $f_y=235$ MPa, 泊松比 $\nu=0.3$ 。阶跃荷载 $p(t)$ 的作用方向为竖直向下, 当 $t=0$ s 时, $p(t)=0$ kN, 当 $t=0.001$ s 时, $p(t)=4$ kN。简支梁的 SDOF 和 MDOF 的简化模型如图 1 所示。图 1(a) 为 SDOF 体系 (模型 1), 集中质量 $m=0.3$ kg 布置在梁的跨中位置, 荷载 $p(t)$ 施加在跨中。图 1(b) 和 (c) 均为 MDOF 体系, l 为每跨的长

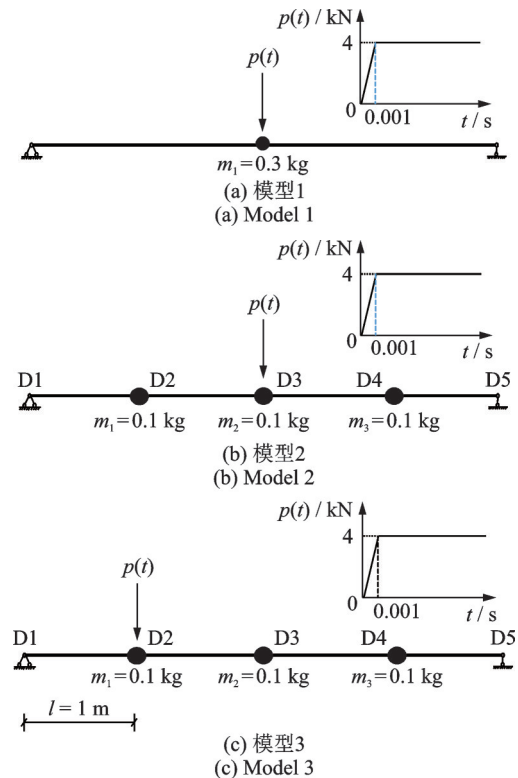


图 1 简支梁模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of simple supported beam models

度。梁的质量分别集中在1/4跨、跨中和3/4跨节点上,每个节点的质量为0.1 kg。模型2中的荷载 $p(t)$ 竖直向下施加跨中节点位置;模型3的荷载 $p(t)$ 竖直向下施加在1/4跨节点位置。

2.2 计算结果分析

2.2.1 模型1的解析计算结果

模型1为SDOF体系,只存在单阶模态,如图2所示。其最终动力位移幅值 u_d 也完全由该模态振型贡献。



Fig. 2 Vibration mode of model 1 ($f=8.57$ Hz)

将模型信息代入式(3)和(4),计算得到静力位移 u_{st} 、动力位移幅值 u_d 以及动力放大系数 DAF ,如表1所示。

表1 模型1计算结果比较

Tab. 1 Calculation results comparison of model 1

求解方法	u_{st}/mm	u_d/mm	DAF
AM	-4.60	9.20	2.0
NM	-4.60	9.20	2.0

由表1可知,模型1采用解析法计算的最大动力响应值为9.20 mm,与数值法的计算结果一致,验证了解析法计算公式的准确性。另外,模型1的 DAF 值为2.0,与理论值完全吻合^[25]。

2.2.2 模型2的解析计算结果

模型2有3个自由度,模型2的3阶模态振型及自振频率如图3所示。

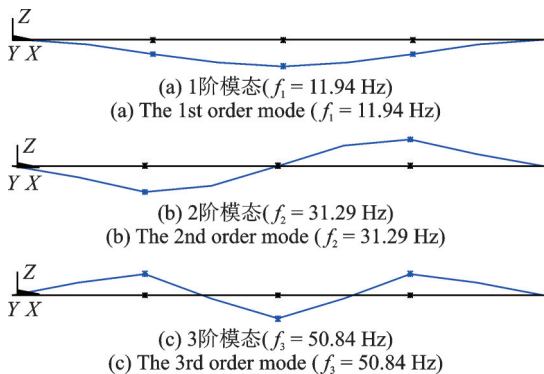


Fig. 3 The first 3 orders vibration modes of model 2

模型2的动力响应采用所有3阶振型贡献叠加计算得到。将相关信息代入式(6)~(11)进行计算,得到模型2在阶跃荷载 $p(t)$ 作用下(不考虑自重)的

计算结果,如表2所示。表2中, u_{st} 表示静力位移, $u_{n,d}$ 表示第 n 阶模态振型贡献的动力位移幅值。

表2 模型2中不同节点的计算结果对比

Tab. 2 Calculation results comparison of different nodes in model 2

节点编号	求解方法	u_{st}/mm	$u_{n,d}/\text{mm}$			$\sum u_{n,d}/\text{mm}$	DAF
			$u_{1,d}$	$u_{2,d}$	$u_{3,d}$		
D2	AM	-2.30	-4.86	0.00	0.06	-4.80	2.1
	NM	-2.30	—	—	—	-4.80	2.1
D3	AM	-4.60	-8.89	0.00	-0.31	-9.20	2.0
	NM	-4.60	—	—	—	-9.20	2.0
D4	AM	-2.30	-4.86	0.00	0.06	-4.80	2.1
	NM	-2.30	—	—	—	-4.80	2.1

由表2可知,对于节点D2、D3和D4,解析法计算得到的3阶模态振型贡献的动力位移幅值之和分别为-4.80、-9.20和-4.80 mm,与数值法计算得到的动力位移值一致。

另外,表2中节点D2的动力响应结果表明,第3阶模态提供的动力位移 $u_{3,d}$ (0.06 mm)与静力位移 u_{st} (-2.30 mm)存在响应反向的现象,即 $u_{3,d}/u_{st} < 0$ 。根据1.2节的理论分析,节点D2的 DAF 会大于2.0。此现象与表2中计算结果 $DAF=2.1$ 是一致的。同时,D3节点的动力响应与 DAF 结果也符合1.2节的理论分析。可见,计算结果均与理论推导的结论相符合,验证了理论推导的正确性。

2.2.3 模型3的解析计算结果

表3列出了模型3在阶跃荷载 $p(t)$ 作用下(不考虑自重)的计算结果。

表3 模型3中不同节点的计算结果对比

Tab. 3 Calculation results comparison of different nodes in model 3

节点编号	求解方法	u_{st}/mm	$u_{n,d}/\text{mm}$			$\sum u_{n,d}/\text{mm}$	DAF
			$u_{1,d}$	$u_{2,d}$	$u_{3,d}$		
D2	AM	-2.00	-2.66	-1.01	-0.32	-4.00	2.0
	NM	-2.00	—	—	—	-4.00	2.0
D3	AM	-2.30	-4.84	0.00	0.04	-4.80	2.1
	NM	-2.30	—	—	—	-4.80	2.1
D4	AM	-1.00	-2.66	0.03	-0.27	-2.90	2.6
	NM	—	—	—	—	—	—

由表3可知,对于节点D2、D3和D4,采用解析法计算得到的3阶模态振型贡献的动力位移幅值之和分别为-4.00、-4.80和-2.90 mm,与数值法计算得到的最大动力位移值一致。

3 张弦梁瞬间失效作用下的结构 *DAF* 研究

张弦梁是一种由刚性上弦梁、柔性下弦拉索和中间撑杆组成的自平衡混合结构体系^[25]。由于张弦体系组成简单、受力明确、结构形式多样,被广泛应用于工程建设中。本节的张弦梁基本信息如下:梁长 $L=15\text{ m}$,分为 3 跨,每跨长度 $l=5\text{ m}$;腹杆高度 $h=1.5\text{ m}$,上弦杆截面为 $\Phi 300\text{ mm}\times 10\text{ mm}$ 的圆钢管,屈服强度 $f_y=235\text{ MPa}$,弹性模量 $E=200\text{ GPa}$,密度 $\rho=7850\text{ kg/m}^3$ 。拉索预张力 $F_1=174\text{ kN}$, $F_2=167.67\text{ kN}$;撑杆预压力为 50 kN ,如图 4 所示。

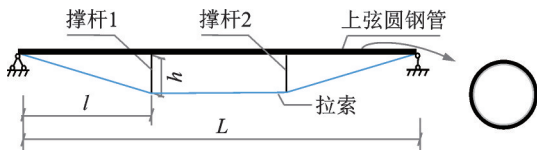


图 4 张弦梁算例示意图

Fig. 4 Schematic diagram of string beam

拉索和撑杆均是张弦梁结构的易损构件,在长期服役过程中,拉索/撑杆可能会发生损伤甚至断裂^[1]。当拉索/撑杆均失效后,原有的张弦体系的平衡条件被打破,拉索张力和撑杆压力消失,此时,拉索/撑杆失效后的张弦结构转变成由上弦梁组成的简支梁,本文称为剩余结构。拉索/撑杆失效的同时,撑杆的垂直向支撑力及下弦索的轴向预拉力也会瞬间消失,相当于在上弦杆施加了一个竖向阶跃荷载(撑杆位置),及沿在上弦杆两侧施加轴向阶跃荷载。因此,断索冲击下张弦梁可以简化为阶跃荷载作用下的简支梁模型。

本算例以撑杆 1 失效为例进行分析。当撑杆 1 失效后,原张弦梁体系失效。此时,撑杆失效后张弦梁的剩余结构可以近似看作是由上弦梁组成的简支梁结构。为了简化问题,本算例中忽略拉索失效对简支梁轴压力的影响,仅探讨剩余结构对于撑杆瞬间失效所引起的竖向阶跃荷载的响应。因此,后文把张弦梁瞬间失效过程简化为竖向阶跃荷载作用下上弦圆钢管简支梁结构的动力响应。

3.1 张弦梁剩余结构有限离散梁模型

采用 ANSYS 有限元软件对张弦梁剩余结构进行建模,如图 5 所示。梁单元采用 BEAM189 模拟,单元长度为 1 m ,泊松比 $\nu=0.3$ 。在原撑杆位置处施加竖直向下且随时间快速增加的荷载 $p(t)$ 以模拟

上弦杆的反作用力释放过程,当 $t=0\text{ s}$ 时荷载为 0,当 $t=0.001\text{ s}$ 时荷载立刻达到最大值 50 kN 。

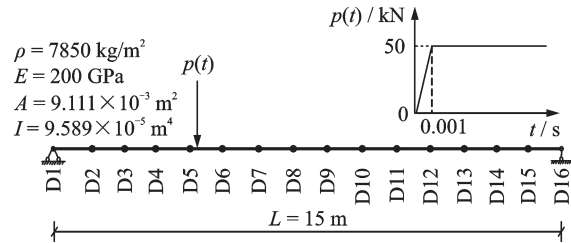


图 5 张弦梁剩余结构模型计算简图

Fig. 5 Calculation diagram of residual structure of string beam model

本文采用 Rayleigh 阻尼模型,取阻尼比 ζ 为 0.02,质量阻尼系数为 0.238,刚度阻尼系数为 0.001。

3.2 张弦梁剩余结构 *DAF* 的解析计算

3.2.1 确定结构起主要贡献的模态振型

对剩余结构模型进行模态分析,得到了剩余结构前 10 阶振型的累积模态质量参与系数 $\Sigma\gamma$,如图 6 所示。可以看出,前 5 阶振型的累积有效模态质量参与系数 $\Sigma\gamma$ 已达到 0.98,说明前 5 阶模态振型对剩余结构的结构动力响应贡献非常大。所以在后文解析计算时仅考虑前 5 阶振型的贡献。

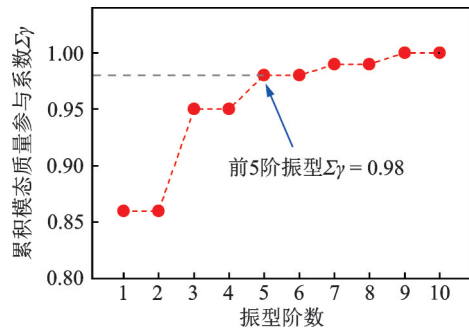


图 6 张弦梁剩余结构模型累积模态质量参与系数

Fig. 6 Cumulative modal mass participation coefficient of residual structure of string beam model

3.2.2 前 5 阶模态振型

图 7 列出了剩余结构模型前 5 阶模态振型。可以看出,各阶振型的变形各异,当加载节点各阶振型变形一致时,其他非加载点的各阶振型变形可能出现反向的情况。

3.2.3 解析法分析结果

使用解析法计算得到了考虑阻尼和不考虑阻尼影响的剩余结构各节点的变形响应及 *DAF*。由于篇幅限制,本文仅列出节点 D4、D7、D10 和 D13 的变形响应及 *DAF*,如表 4 所示。表 4 中, $u_{n, st}$ 表示第 n 阶

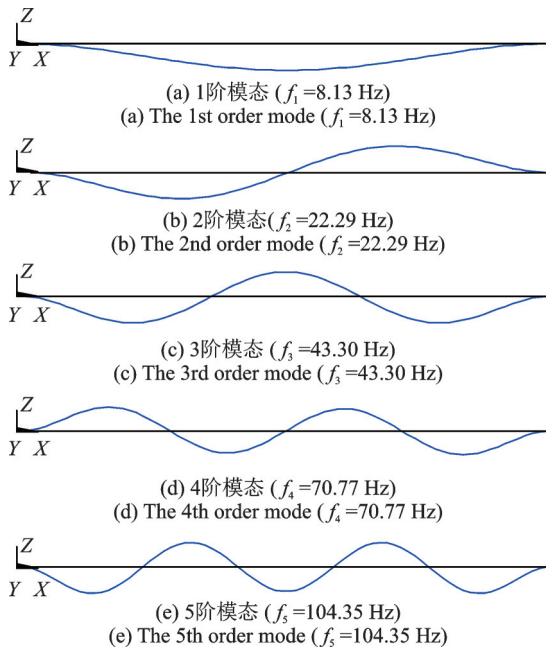


图 7 张弦梁剩余结构模型前 5 阶模态振型

Fig. 7 The first 5 orders vibration modes of residual structure of string beam model

模态的静力位移; $u_{n,d}$ 和 $u_{n,d(\zeta)}$ 分别表示不考虑阻尼和考虑阻尼时第 n 阶模态振型所贡献的动力位移幅值; $\sum u_n$ 表示前 n 阶响应之和。

从表 4 中可以看出,对于无阻尼体系,节点 D4、D10 和 D13 对应的 DAF 分别为 2.1、2.3 和 2.8,均大于 2.0。这是因为节点 D4、D10 和 D13 均存在模态振型贡献的动力位移幅值与静力位移反向的现象,即 $u_{n,d}/u_{st} < 0$ 。根据 1.2 节的推论,相应节点的 DAF 可能大于 2.0。同理,节点 D7 的 DAF 为 2.0,小于等于 2.0。这是因为节点 D7 的所有模态振型贡献的动力位移幅值与静力位移同向,即 $u_{n,d}/u_{st} > 0$,因此,动力放大系数 DAF 必然不会大于 2.0。综上可见,本文所解析的 MDOF 体系动力放大系数分布规律可

以合理地解释张弦梁剩余结构的 DAF 分布规律,以上算例结果也验证了 1.2 节所提出的“模态振型分量与体系静力响应值反向”是“ DAF 大于 2.0”的必要条件。

对于考虑阻尼影响的张弦梁剩余结构,各节点的 DAF 值会较不考虑阻尼影响的结构有明显减小。其中, D4、D7、D10 和 D13 的 DAF 分别减小 1.8、1.8、2.0 和 2.2。其中,有两个现象值得注意:(1) 节点 D13 的 DAF (2.2) 仍然大于 2.0。此结果表明,即使考虑结构阻尼对结构振动的抑制作用, MDOF 体系的动力放大效应仍可能会大于 2.0;(2) 节点 D4、D10 的 DAF 均小于 2.0,上述两节点虽然均存在“模态振型贡献的动力位移幅值与静力位移反向”的现象,但是,由于阻尼的抑制作用,两节点的 DAF 值均未大于 2.0。此结果表明,“模态振型贡献的动力位移幅值与静力位移反向”是“ DAF 大于 2.0”的非充分条件。

3.3 基于数值分析的结果验证

图 8 展示了分别采用解析法(AM)和数值分析法(NM)计算的剩余结构模型的 DAF 结果(考虑阻尼作用和不考虑阻尼作用)。从图 8 中可以看出,不考虑阻尼的影响,张弦梁剩余结构的 $DAF=2.0\sim 3.2$,若考虑阻尼的影响,张弦梁剩余结构的 $DAF=1.8\sim 2.4$,说明考虑阻尼对张弦梁剩余结构的影响,只有部分位置的 DAF 大于 2.0。另外可以看到,解析法和数值法计算得到各节点的 DAF 是基本吻合的。

此算例分析结果与已有文献针对复杂工程结构的分析结果是一致的:文献[9-10]表明,在斜拉桥拉索的断索冲击作用下,主梁和桥塔部分截面的 DAF

表 4 张弦梁剩余结构模型的动力分析结果

Tab. 4 Dynamic analysis results of residual structure of string beam model

节点编号	位移/mm	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode	5th Mode	$\sum u_n$ /mm	DAF
D4	$u_{n,st}$	-13.69	-4.12	-0.36	0.31	0.09	-17.77	—
	$u_{n,d}$	-27.36	-7.98	-0.66	0.17	0.08	-35.75	2.1
	$u_{n,d(\zeta)}$	-25.92	-5.51	-0.37	0.31	0.09	-31.40	1.8
D7	$u_{n,st}$	-32.03	-3.50	-0.01	-0.16	-0.03	-35.72	—
	$u_{n,d}$	-64.02	-6.05	-0.39	-0.37	-0.06	-70.89	2.0
	$u_{n,d(\zeta)}$	-60.64	-4.38	-0.02	-0.32	-0.03	-65.39	1.8
D10	$u_{n,st}$	-32.02	3.50	0.15	0.32	-0.03	-28.08	—
	$u_{n,d}$	-64.02	0.31	0.02	0.10	-0.02	-63.61	2.3
	$u_{n,d(\zeta)}$	-60.64	4.15	0.16	0.32	-0.03	-56.04	2.0
D13	$u_{n,st}$	-13.69	4.12	-0.36	-0.31	0.09	-10.15	—
	$u_{n,d}$	-27.36	0.23	-0.27	-0.51	0.05	-27.86	2.8
	$u_{n,d(\zeta)}$	-25.92	4.13	-0.36	-0.31	0.09	-22.37	2.2

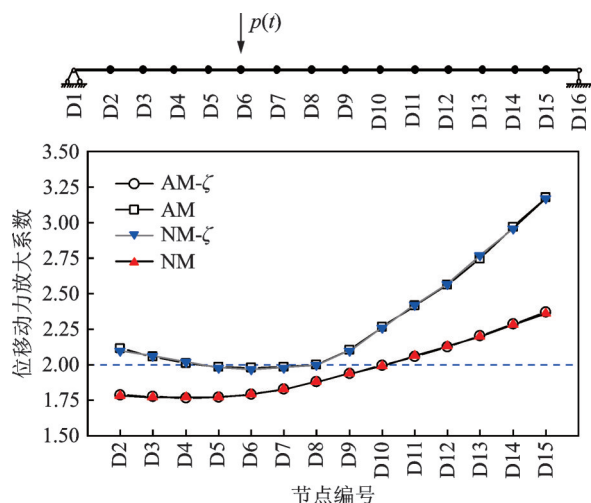


图8 AM法与NM法计算的DAF结果对比

Fig. 8 Comparison of DAF results calculated by AM method and NM method

会显著大于2.0,当不考虑阻尼影响时主梁截面 $DAF=2.1\sim 8.0$,塔顶截面 $DAF=1.9\sim 5.5$;考虑阻尼影响时,主梁截面的 $DAF=1.9\sim 5.5$,塔顶截面 $DAF=1.3\sim 3.5$ 。同时,作为典型的MDOF体系结构,斜拉桥等缆索体系结构具有高阶振型贡献大的显著特点,本文所提出的MDOF体系的DAF解析表达式也可直接用于阐释其在冲击作用下的复杂动力响应机理,剖析其关键位置DAF大于2.0的原因。

综上,以上解析式推导和张弦梁剩余结构算例结果均说明MDOF体系的DAF大于2.0的现象是由MDOF体系中各阶振型贡献异向引起的,这也是MDOF体系与SDOF体系的动力响应的最显著区别之一。

4 结论

针对动力放大系数(DAF)取值问题,本文推导了MDOF体系的DAF的解析表达式,通过算例模型进行了验证,探讨了张弦梁在断索冲击作用下的DAF分布规律。所得结论如下:

(1)推导的MDOF体系的DAF解析表达式表明,对于MDOF体系而言,若存在至少一阶模态振型分量与体系静力响应值反向,则可能出现DAF大于2.0。

(2)不考虑阻尼影响时,若张弦梁存在至少一阶模态振型贡献的响应与静力分析响应反向,则张弦梁在断索冲击作用下的DAF可能大于2.0。考虑阻尼影响时,虽然阻尼会对结构响应产生抑制作用,当存在某一阶模态振型贡献的响应与静力分析响应反向时,张弦梁断索时DAF也可能大于2.0。

参考文献:

- [1] CAI Jianguo, XU Yixiang, ZHUANG Liping, et al. Comparison of various procedures for progressive collapse analysis of cable-stayed bridges[J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2012, 13(5): 323-334.
- [2] ZHANG Qian, HUANG Wenxing, XU Yixiang, et al. Analysis of key elements of single-layer dome structures against progressive collapse[J]. Steel and Composite Structures, 2022, 42(2): 257-264.
- [3] HE Yongjun, WANG Jixin, ZHOU Xuhong, et al. Stability of a pretensioned latticed three-dimensional arch structure with cross cable-strut arrangement[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2018, 147: 43-52.
- [4] 王浩, 王付全, 李爱群, 等. 大跨度缆索支撑桥梁分段有限元模型修正[J]. 工程力学, 2009, 26(10): 111-116.
WANG Hao, WANG Fuquan, LI Aiqun, et al. Multi-phase FE model updating on long-span cable-supported bridges[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(10): 111-116.
- [5] 杨风利, 杨靖波, 付东杰, 等. 塔线系统脱冰跳跃动力响应分析[J]. 振动工程学报, 2010, 23(1): 86-93.
YANG Fengli, YANG Jingbo, FU Dongjie, et al. Analysis on dynamic responses of transmission tower-line system under ice shedding[J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(1): 86-93.
- [6] 蔡建国, 王峰岚, 冯健, 等. 大跨空间结构连续倒塌分析若干问题探讨[J]. 工程力学, 2012, 29(3): 143-149.
CAI Jianguo, WANG Fenglan, FENG Jian, et al. Discussion on the progressive collapse analysis of long-span space structures[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(3): 143-149.
- [7] General Services Administration. Progressive collapse analysis and design guidelines for New Federal Office buildings and major modernization projects[S]. Washington D.C.: General Services Administration, 2003.
- [8] Unified Facilities Criteria. Design of buildings to resist progressive collapse: UFC 4-023-03[S]. Washington D.C.: Department of Defense, 2005.
- [9] 中国工程建设标准化协会. 建筑结构抗倒塌设计标准: T/CECS 392—2021[S]. 北京: 中国计划出版社, 2021.
China Association for Engineering Construction Standardization. Code for anti-collapse design of building structures: T/CECS 392—2021[S]. Beijing: China Planning Press, 2021.
- [10] European Committee for Standardization. Eurocode 1: actions on structures, part 1.7: accidental actions: EN

- 1991-1-7:2006[S]. Brussels:CEN,2006.
- [11] AOKI Y, VALIPOUR H, SAMALI B, et al. A study on potential progressive collapse responses of cable responses of cable-stayed bridges[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2013, 16(4): 689-706.
- [12] AOKI Y, SAMALI B, SALEH A, et al. Assessment of key response quantities for design of a cable-stayed bridge subjected to sudden loss of cables[C]//From Materials to Structures: Advancement Through Innovation-Proceedings of the 22nd Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials, ACM-MSM 2012. 2012: 387-392.
- [13] MOZOS C M, APARICIO A C. Parametric study on the dynamic response of cable stayed bridges to the sudden failure of a stay, part I: bending moment acting on the deck[J]. *Engineering Structures*, 2010, 32(10): 3288-3300.
- [14] MOZOS C M, APARICIO A C. Parametric study on the dynamic response of cable stayed bridges to the sudden failure of a stay, part II: bending moment acting on the pylons and stress on the stays[J]. *Engineering Structures*, 2010, 32(10): 3301-3312.
- [15] 胡晓斌, 钱稼茹. 单层平面钢框架连续倒塌动力效应分析[J]. *工程力学*, 2008, 25(6): 28-43.
HU Xiaobin, QIAN Jiaru. Dynamic effect analysis during progressive collapse of a single-story steel plane frame[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(6): 28-43.
- [16] ZHANG Chao, LAI Zhichao, YANG Xiaoqiang, et al. Dynamic analyses and simplified methods for evaluating complicated suspend-dome structures subjected to sudden cable failure[J]. *International Journal of Steel Structures*, 2023, 23(1): 18-36.
- [17] ZHANG Chao, HAO Hong, BI Kaiming, et al. Dynamic amplification factors for a system with multiple-degrees-of-freedom[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2020, 19(2): 363-375.
- [18] ZHANG Chao, LU Jianbin, JIA Hongyu, et al. Influence of near-fault ground motion characteristics on the seismic response of cable-stayed bridges[J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2020, 18(14): 6375-6403.
- [19] 朱奕锋, 冯健, 尚仁杰. 平面张弦结构抗连续倒塌的动力分析[J]. *应用力学学报*, 2011, 28(6): 633-639.
ZHU Yifeng, FENG Jian, SHANG Renjie. Dynamical analysis of progressive collapse in planar string truss structure[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2011, 28(6): 633-639.
- [20] 蔡建国, 朱奕锋, 江超, 等. 基于应力比值法的张弦结构动力放大系数研究[J]. *建筑结构学报*, 2015, 36(1): 116-126.
CAI Jianguo, ZHU Yifeng, JIANG Chao, et al. Research on dynamic magnification factor of string structures based on stress ratio method[J]. *Journal of Building Structures*, 2015, 36(1): 116-126.
- [21] 田黎敏, 魏建鹏, 郝际平. 大跨度单层空间网格结构连续性倒塌动力效应分析及简化模拟方法研究[J]. *工程力学*, 2018, 35(3): 115-124.
TIAN Limin, WEI Jianpeng, HAO Jiping. Dynamic effect analysis of progressive collapse and simplified simulation method of large-span single-layer spatial grid structures[J]. *Engineering Mechanics*, 2018, 35(3): 115-124.
- [22] SHOGHIJAVAN M, STAROSSEK U. An analytical study on the bending moment acting on the girder of a long-span cable-supported bridge suffering from cable failure[J]. *Engineering Structures*, 2018, 167: 166-174.
- [23] RUIZ-TERAN A M, APARICIO A C. Dynamic amplification factors in cable-stayed structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 300(1-2): 197-216.
- [24] CLOUGH R W, PENZIEN J. *Dynamics of Structures* [M]. New York: McGraw-Hill College, 1993.
- [25] 张月强, 丁洁民, 张峥. 大跨度钢结构抗连续倒塌动力分析关键问题研究[J]. *建筑结构学报*, 2014, 35(4): 49-56.
ZHANG Yueqiang, DING Jiemin, ZHANG Zheng. Study on key issues of dynamic analysis for anti-progressive collapse of large span steel structure[J]. *Journal of Building Structures*, 2014, 35(4): 49-56.

第一作者: 张超(1985—),男,博士,研究员。

E-mail: zhangchao1985@fzu.edu.cn

通信作者: 赖志超(1986—),男,博士,教授。

E-mail: laiz@fzu.edu.cn